

TD 13 : Fonctions séquentielles, encore

Exercice 1 (Fonctions non séquentielles). Montrer que les fonctions suivantes ne sont pas séquentielles en exhibant une infinité de résiduels distincts :

1. La fonction ‘futur a ’ qui, à un mot u sur $\{a, b\}$ associe un mot $Fa(u)$ de même longueur sur $\{0, 1\}^*$ tel que, pour tout $1 \leq i \leq |u|$, $Fa(u)[i] = 1$ s’il existe $i \leq j \leq |u|$ tel que $u[j] = a$ et $Fa(u)[i] = 0$ sinon.
2. La fonction ‘successeur’ sur un codage binaire des entiers commençant par le bit de poids fort.
3. La fonction ‘carré’ sur un codage binaire des entiers commençant par le bit de poids faible.

Exercice 2 (Marqueur de fin). Soit $f : A^* \rightarrow B^*$ une fonction partielle. On définit la fonction partielle $f_{\$} : (A \uplus \{\$\})^* \rightarrow B^*$ avec $\text{dom} f_{\$} = \text{dom} f \cdot \{\$\}$ et $f_{\$}(u\$) = f(u)$ pour tout u de $\text{dom} f$. On note $I_{\text{dom} f_{\$}}$ la fonction identité sur $\text{dom} f_{\$}$.

Monter que f est séquentielle si et seulement si $f_{\$} = f' \circ I_{\text{dom} f_{\$}}$ où f' est séquentielle pure.