MPRI 2-27-1 : Structures Informatiques et Logiques pour la Modélisation Linguistique

1. Montrer que l'égalité de Leibniz, définie par le terme

$$\lambda a\, b.\, \forall C.\, C\, a \supset C\, b,$$

est symétrique.

2. Soit PTQ, ENG et HOL les trois signatures suivantes :

PTQ

$$\begin{array}{rcl} n, np, s & : & \text{type} \\ J & : & np \\ U & : & n \\ A & : & n \multimap ((np \multimap s) \multimap s) \\ S & : & ((np \multimap s) \multimap s) \multimap (np \multimap s) \end{array}$$

ENG

$$\begin{array}{rcl} a & : & \text{type} \\ \text{a}, \text{John}, \text{seeks}, \text{unicorn} & : & a \multimap a \end{array}$$

Remarque : Les termes de type $a \multimap a$ construits sur cette signature correspondent aux chaînes engendrées à partir des atomes 'a', 'John', 'seeks', et 'unicorn'. La concaténation de deux chaînes correspond à la composition fonctionnelle $(\lambda xyz.\, x\,(y\,z))$. Elle sera notée par l'opérateur infixe '+'. Suivant cette convention, le terme 'John + seeks + a + unicorn' correspond (après β-réduction) au terme '$\lambda z.\, \text{John}\,(\text{seeks}\,(\text{a}\,(\text{unicorn}\, z)))$'

HOL

$$\begin{array}{rcl} i, o & : & \text{type} \\ \wedge & : & o \multimap (o \multimap o) \\ \exists & : & (i \rightarrow o) \multimap o \\ \mathbf{j} & : & i \\ \mathbf{unicorn} & : & i \multimap o \\ \mathbf{find} & : & i \multimap (i \multimap o) \\ \mathbf{try} & : & i \multimap ((i \multimap o) \multimap o) \end{array}$$

Remarque : On notera la conjonction et la quantification existentielle de manière usuelle, i.e., $t \wedge u$ pour $\wedge\, t\, u$, et $\exists x.\, t$ pour $\exists\,(\lambda x.\, t)$. **try** est une modalité prenant un individu et une propriété en arguments. Intuitivement, la proposition qui en résulte est valide si l'individu "essaye d'acquérir" la propriété. Par exemple, si **m** correspond à la marâtre de Blanche-Neige, la proposition $\mathbf{try}\,\mathbf{m}\,(\lambda x.\, \forall y.\, (\mathbf{woman}\, y) \supset (\mathbf{more\_beautiful}\, x\, y))$ est valide dans l'univers de Perrault.

On construit sur ces trois signatures les deux lexiques suivants :

$\mathcal{L}_1 : \mathsf{PTQ} \longrightarrow \mathsf{ENG}$

$$\begin{array}{rcl} n, np, s & := & a \multimap a \\ J & := & \text{John} \\ U & := & \text{unicorn} \\ A & := & \lambda^\circ x.\, \lambda^\circ p.\, p\,(\text{a} + x) \\ S & := & \lambda^\circ p.\, \lambda^\circ x.\, p\,(\lambda^\circ y.\, x + \text{seeks} + y) \end{array}$$

$\mathcal{L}_2 : \mathsf{PTQ} \longrightarrow \mathsf{HOL}$

$$\begin{array}{rcl} n & := & i \rightarrow o \\ np & := & i \\ s & := & o \\ J & := & \mathbf{j} \\ U & := & \lambda x.\, \mathbf{unicorn}\, x \\ A & := & \lambda^\circ p.\, \lambda^\circ q.\, \exists x.\, p\, x \wedge q\, x \\ S & := & \lambda^\circ p.\, \lambda^\circ x.\, \mathbf{try}\, x\, (\lambda^\circ y.\, p\, (\lambda^\circ z.\, \mathbf{find}\, y\, z)) \end{array}$$

(a) Étant donnée la grammaire catégorielle abstraite $\langle \mathsf{PTQ}, \mathsf{ENG}, \mathcal{L}_1, s \rangle$, donner deux analyses différentes de la phrase 'John + seeks + a + unicorn' (i.e, deux λ-termes de type s, construits sur PTQ, dont l'image par $\mathcal{L}_1$ est la phrase à analyser).

(b) Donner l'interprétation sémantique de chacune de ces analyses, i.e., leur image par $\mathcal{L}_2$.

(c) Commenter la différence existant entre les deux interprétations obtenues.

(d) Prouver qu'il n'y a pas d'autre analyse possible (i.e., le nombre d'analyses est exactement deux).