Exercice 1. Produit cartésien.

1. Définir en utilisant le produit cartésien le type `système` permettant de définir un système de 2 équations à 2 inconnues :
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
2. Ecrire une fonction qui résout un tel système.

Exercice 2.

1. Définir en utilisant le produit cartésien le type `equation_2` permettant de définir une équation du second degré.
2. Ecrire une fonction qui résout une telle équation.

Exercice 3.

1. Définir en utilisant un produit cartésien le type `rationnel` permettant de représenter les nombres rationnels.
Dans les questions qui suivent, on renverra toujours la forme irréductible des rationnels.
2. Ecrire une fonction qui prend un numérateur et un dénominateur et qui construit le nombre rationnel correspondant.
3. Faire la somme et le produit de deux nombres rationnels.
4. Ecrire une fonction qui teste si un nombre rationnel est un entier.

Exercice 4. Enregistrements.

Même exercice en utilisant un enregistrement pour définir le type `rationnel`.

Exercice 5.

1. Définir le type `date` qui comprend
 - deux entiers pour le jour et l'année,
 - une chaîne de caractères pour le mois.
2. Ecrire une fonction d'affichage de la date.
3. Ecrire une fonction qui ajoute a années à une date, et qui renvoie une nouvelle date.
4. Ecrire une fonction qui ajoute m mois à une date, et qui renvoie une nouvelle date.
5. Ecrire une fonction qui compare deux dates.

Rappel : une année est bissextile si elle est divisible par 4 mais pas par 100, ou si elle est divisible par 400.

Exercice 6. Un bédouin souhaite informatiser son élevage de chameaux ¹. En effet, tous les chameaux doivent désormais passer un contrôle technique, la date du contrôle étant déterminée par les critères suivants :

- Pour les chameaux de moins de 9 ans une visite est obligatoire tous les trois ans ou tous les 6000 km c'est-à-dire que si le chameau parcourt moins de 6000 km en 3 ans il devra le passer au bout de 3 ans sinon le mois où il parcourra son 6000^{ème} km. Les chameaux dépassant 9 ans au cours de ces trois années ou avant leurs 6000 km font partie de ce groupe.
- Pour les chameaux de plus de 9 ans la visite est obligatoire tous les deux ans ou 4000 km.

Le bédouin connaît de manière précise pour chacun de ses chameaux le nombre moyen de km qu'il va parcourir par mois.

1. Donner la définition du type `chameau` contenant toutes les informations nécessaires pour notre problème (ne pas oublier la date du dernier contrôle effectué).
2. Ecrire une fonction qui, pour un chameau, calcule la date du prochain contrôle technique. Les âges seront calculés au mois près.

¹Pour les non-fumeurs, on rappelle que chameau se dit *camel* en anglais.

3. Ecrire une fonction qui trie trois chameaux par ordre croissant des dates de leur prochain contrôle technique.

Exercice 7. Chameaux filtres.

Très content de notre travail sur le contrôle technique, notre bédouin revient nous voir pour un nouveau problème. Il aimerait estimer l'évolution démographique de son cheptel et il nous explique que, partant la première année avec un mâle et une femelle, il peut espérer l'année suivante avoir 3 chameaux et celle d'après 4. Ensuite l'évolution serait du type $C_n = 2C_{n-1} + 2C_{n-2} - 4C_{n-3}$ où C_i est le nombre de chameaux de l'année i . Ecrire une fonction qui calcule le nombre de chameaux obtenus au bout de n années.

Exercice 8. Gaulois(es) filtres.

Nos ancêtres les gaulois avaient des mœurs très bizarres. Le calcul des impôts se faisait suivant les critères suivants : un homme célibataire doit payer $3 * p + 50$ kilos de blé, un homme marié $4 * p - n * 20$ kilos où p est son poids et n le nombre de personnes dans la famille. De même, il est de $4 * p + 30$ pour les femmes célibataires et de $3 * p - n * 25$ pour les femmes mariées.

Définir le type permettant de stocker les informations concernant les impôts puis écrire une fonction qui calcule l'impôt que doit payer un gaulois.