

**Exercice 0 :**

Dire si les problèmes suivants sont décidables ou non (justifier) :

1. **Donnée :** le code  $\langle M, w \rangle$  d'une machine de Turing et d'un mot  $w$ .  
**Question :**  $M$  s'arrête-t-elle sur  $w$ ?
2. **Donnée :** le code  $\langle M \rangle$  d'une machine de Turing  
**Question :**  $M$  s'arrête-t-elle sur au moins une donnée?
3. **Donnée :** le code  $\langle M \rangle$  d'une machine de Turing et un mot  $w$ .  
**Question :** Est ce que la machine  $M$  boucle sur  $w$ ?  
On dit que  $M$  boucle sur  $w$  si, de la configuration initiale  $\gamma_0$  on peut atteindre une configuration  $\gamma$ , de laquelle on peut à nouveau atteindre  $\gamma$  en au moins une étape :  $\gamma_0 \vdash_M^* \gamma \vdash_M^+ \gamma$ .
4. **Donnée :** le code  $\langle M, w, n \rangle$  d'une machine de Turing et d'un mot  $w$  et un entier  $n$  (en base 2)  
**Question :**  $M$  accepte-t-elle  $w$  après au plus  $n$  transitions?
5. **Donnée :** le code  $\langle M, w, n \rangle$  d'une machine de Turing et d'un mot  $w$  et un entier  $n$  (en base 2)  
**Question :**  $M$  accepte-t-elle  $w$  après au moins  $n$  transitions?
6. Soit  $n \in \mathbb{N}$ .  
**Donnée :** le code  $\langle M, w \rangle$  d'une machine de Turing et d'un mot  $w$ .  
**Question :**  $M$  accepte-t-elle  $w$  après au moins  $n$  transitions?
7. **Donnée :** Le code d'une machine de Turing  $M_1$  et le code d'une machine de Turing  $M_2$  qui s'arrête, pour tout mot d'entrée  $w$  après au plus  $2 \times |w|$  transitions  
**Question :** Pour tout mot  $w$ ,  $M_1(w) = M_2(w)$
8. **Donnée :** Le code d'une machine de Turing  $M$   
**Question :** il existe deux mots  $w_1, w_2$  de même longueur tels que  $w_1, w_2 \in L(M)$ .
9. **Donnée :** Le code d'une machine de Turing  $M$   
**Question :**  $M$  calcule-t-elle en temps polynomial?
10. **Donnée :** Le code d'une machine de Turing  $M$  qui s'arrête sur toutes ses entrées.  
**Question :**  $M$  calcule en temps polynômial
11. **Donnée :** Le code de deux machines de Turing  $M_1, M_2$  qui calculent en temps polynomial.  
**Question :**  $L(M_1) \cap L(M_2) = \emptyset$
12. Donner une fonction calculable dont l'image est indécidable.