

Termes et déduction

Exercice 1 Est-ce que les paires de termes suivantes sont unifiables. Si c'est le cas donnez l'unificateur le plus général.

- $\langle x, y \rangle, \langle a, z \rangle$
- $\langle x, y \rangle, \langle a, \langle b, c \rangle \rangle$
- $\langle a, b \rangle, \{x\}_y$
- $\langle \{a\}_x, x \rangle, \langle \{a\}_b, a \rangle$
- $x, \langle \{y\}_b, a \rangle$

Exercice 2 Soit le terme $t = \langle \{s\}_{\langle k_1, k_2 \rangle}, \langle \{k_2\}_{k_1}, k_2 \rangle \rangle$.

1. Donnez $t|_{212}$. Quels sont les positions et sous-termes de t ?
2. Quelle est la taille de t ? Quelle est la taille DAG de t ?

Exercice 3 Considérons le système d'inférence \mathcal{I}_{DY}

$$\frac{x \ y}{\langle x, y \rangle} \quad \frac{x \ y}{\{x\}_y} \quad \frac{\langle x, y \rangle}{x} \quad \frac{\langle x, y \rangle}{y} \quad \frac{\{x\}_y \ y}{x}$$

1. Montrez que $\{\{s\}_{\langle k_1, k_2 \rangle}, \langle \{k_2\}_{k_1}, k_1 \rangle\} \vdash_{\mathcal{I}_{DY}} s$ en donnant l'arbre de dérivation.
2. Montrez que $\{\{s\}_{\langle k_1, k_2 \rangle}, k_2\} \not\vdash_{\mathcal{I}_{DY}} s$.

Exercice 4 Soit le protocole suivant :

$$\begin{aligned} A \rightarrow B &: \langle \{k_1\}_{k_2}, m \rangle \\ B \rightarrow A &: \{m\}_{\langle k_1, k_2 \rangle} \end{aligned}$$

On suppose que k_2 est une clé partagée par A et B . Montrez que k_1 reste secret en présence d'un attaquant Dolev-Yao passif qui ne connaît ni m , ni k_1 , ni k_2 .

Exercice 5 On propose la procédure suivante pour décider si $\{t_1, \dots, t_n\} \vdash_{\mathcal{I}_{DY}} t$:

1. Appliquer les règles $\frac{\{x\}_y \ y}{x}$ et $\frac{\langle x_1, x_2 \rangle}{x_i}$ jusqu'à obtenir un point fixe.
2. Essayer de construire t à partir de l'ensemble des termes obtenus ci-dessous en utilisant uniquement les règles $\frac{x \ y}{\{x\}_y}$ et $\frac{x_1 \ x_2}{\langle x_1, x_2 \rangle}$.

Pourquoi cette procédure est-elle fautive ?

Quelle restriction supplémentaire faudrait-il pour qu'elle soit correcte ?

Exercice 6 Donnez un exemple de système d'inférence pour lequel on n'a pas la propriété de localité.