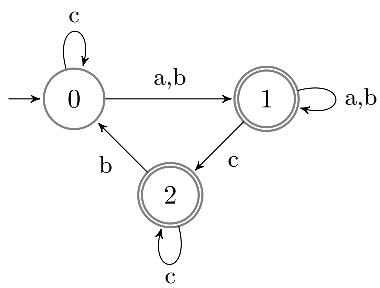
LANGAGES ET AUTOMATES (LA3)

Contrôle Continue [1 heure]

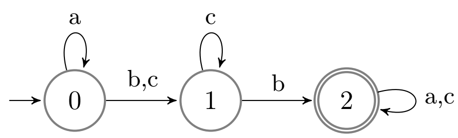
(Aucun document autorisé)

1 Considérez l'automate suivant :



1. Est-ce que cet automate accepte le mot ccabab ? Et le mot acbcccc ?
2. Quel est l'ensemble des états finaux de cet automate ?
3. Cet automate est-il complet ? Est-il déterministe ?

2 Compléter l'automate suivant :



3 Soient $\mathcal{L}, \mathcal{M}$ et $\mathcal{N}$ des langages. Les égalités de langages suivantes sont-elles vraies ? Si non, donnez un contre-exemple. Si oui, justifiez en quelques lignes (il n'est pas demandé de preuve formelle).

1. $\mathcal{M} \cdot (\mathcal{M} \cup \mathcal{N})^* = \mathcal{M} \cdot (\mathcal{N} \cup \mathcal{M})^*$.
2. $\mathcal{M} \cdot (\mathcal{N} \cap \mathcal{L}) = (\mathcal{M} \cdot \mathcal{N}) \cap (\mathcal{M} \cdot \mathcal{L})$.
3. $(\mathcal{M}^*)^* = \mathcal{M}^*$

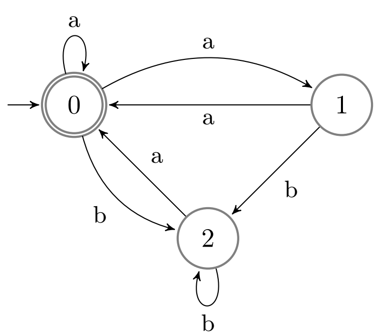
4 Donner des expressions rationnelles pour les langages suivants :

1. Sur l'alphabet $\{a, b\}$, l'ensemble $\mathcal{L}$ des mots avec un nombre impaire de b.
2. Sur l'alphabet $\{a, b\}$, l'ensemble $\mathcal{M}$ des mots contenant un b après un a.
3. Sur l'alphabet $\{a, b, c\}$, l'ensemble $\mathcal{N}$ des mots contenant contenant un nombre pair de a et ou chaque c est suivi immédiatement par deux b.

Décrire en français le langage reconnu par l'expression rationnelle suivante :

3. $\mathrm{a}^* \cdot (\mathrm{ba}^+\mathrm{bba}^+)^* \cdot (\mathrm{b} + \epsilon) \cdot \mathrm{a}^+$

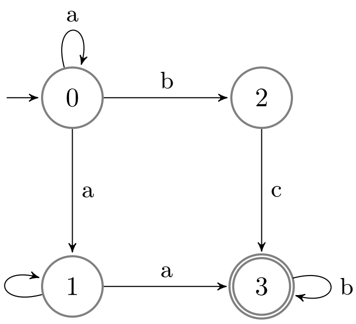
5 Déterminiser l'automate suivant :



6 On travail sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Soit $\mathcal{L} = \{uvw \mid u, w \in \Sigma^* \text{ et } v \in \{aaa, bbb\}\}$.

1. Donnez un expression régulière pour $\mathcal{L}$.
2. Donnez un automate déterministe qui reconnaît $\mathcal{L}$.
3. Soit $\mathcal{M} = \{(aab)^n(abb)^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$, montrez que $\mathcal{L} \cap \mathcal{M} = \emptyset$.

7 Soit $\mathcal{A}$ l'automate suivant :



1. Donnez une expression rationnelle pour le langage $\mathcal{L}(\mathcal{A})$.

Le langage miroir d'un langage $\mathcal{L}$ est le langage $\widetilde{\mathcal{L}} = \{\widetilde{u} \mid \ u \in \mathcal{L}\}$, où $\widetilde{u} = x_n \dots x_1$ si $u = x_1 \dots x_n$.

2. Donner une expression rationnelle pour le langage miroir de $\mathcal{L}(\mathcal{A})$.
3. Donner un automate reconnaissant le langage miroir de $\mathcal{L}(\mathcal{A})$.
4. Plus généralement, montrer que si $\mathcal{L}$ est un langage reconnaissable, alors son langage miroir $\widetilde{\mathcal{L}}$ est reconnaissable.