

TD2

Koutsos Adrien (adrien.koutsos@lsv.fr)

Exercice 1 (Palindromes sur 2 rubans)

Montrer qu'il existe une machine de Turing sur 2 rubans qui reconnaît le langage des palindromes en temps linéaire.

Exercice 2 (Clôture des langages rékursifs)

1. Montrer que la classe des langages rékursifs est close par intersection, union et complémentaire.
2. Montrer que la classe des langages rékursivement énumérables est close par intersection et union.

Exercice 3 (Fonctions calculables et langages rékursivement énumérables)

Soit f une fonction calculable. Montrer que l'image de f est un langage rékursivement énumérable.

Exercice 4 (Caractérisation des langages rékursivement énumérables)

Montrer que L est un langage rékursivement énumérable si et seulement si il existe une machine de Turing M à k rubans et un état distingué q_e tels que :

$$q_0, (\epsilon, \$), \dots, (\epsilon, \$) \vdash_M^* q_e, (\epsilon, \$w'_0), \dots, (\epsilon, \$w'_{k-2}), (\epsilon, \$w) \text{ ssi } w \in L$$

Exercice 5 (Image de langages rékursivement énumérables)

Montrer que, si f est calculable et L est rékursivement énumérable, alors $f(L)$ est rékursivement énumérable.

Exercice 6 (Deux états)

1. Montrer que toute fonction calculable sur l'alphabet Σ est calculable par une machine de Turing sur l'alphabet $\{0, 1, B, \$\}$. On utilisera une bande supplémentaire en lecture seule qui contiendra initialement l'entrée.
2. Montrer que toute fonction calculable est calculable par une machine de Turing à deux états (sans compter **accept** et **reject**).