

Calculabilité- Machine de Turing (1)

Exercice 1 [3] Donner explicitement la table d'une machine de Turing qui, étant donné un mot $w \in \{0, 1\}^*$, accepte w si w contient autant de 0 que de 1.

Exercice 2 [3] Donner explicitement la table d'une machine de Turing qui, étant donné un mot $w \in \{0, 1\}^*$, accepte w si w contient au moins autant de 0 que de 1 et rejette sinon. (On prendra soin de démontrer que la machine fait bien ce qu'elle est censée faire).

Exercice 3 Donner explicitement la table d'une machine de Turing qui accepte le langage $L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$.

Exercice 4 [3] Parmi les 3 fonctions suivantes (de \mathbb{N} dans $\{0, 1\}$), 2 sont calculables et, pour la 3ème, on ne sait pas actuellement si elle est calculable ou non. Dire (en le justifiant) quelles sont les deux fonctions calculables.

$$f_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{Si Dieu existe} \\ 1 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{Si le développement décimal de } \pi \text{ contient au moins } x \text{ 1 consécutifs} \\ 1 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$f_3(x) = \begin{cases} 0 & \text{Si le développement décimal de } \pi \text{ contient exactement } x \text{ 1 consécutifs} \\ 1 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Exercice 5 Pour toute machine de Turing M , montrer qu'on peut construire une machine de Turing M' qui n'a que deux états et telle que $L(M) = L(M')$