

Calculabilité - Machine de Turing (3)

Exercice 1 [4] Dire si les problèmes suivants sont décidables ou non (justifier) :

1. **Donnée** : le code $\langle M \rangle$ d'une machine de Turing
Question : M s'arrête-t-elle sur le mot vide?
2. **Donnée** : le code $\langle M \rangle$ d'une machine de Turing
Question : M s'arrête-t-elle sur au moins une donnée?
3. **Donnée** : les codes $\langle M \rangle$ et $\langle M' \rangle$ de deux machines de Turing
Question : $L(M) = L(M')$?
4. **Donnée** : le code $\langle M \rangle$ d'une machine de Turing et un mot w .
Question : Est ce que la machine M boucle sur w ?
 On dit que M boucle sur w si, de la configuration initiale γ_0 on peut atteindre une configuration γ , de laquelle on peut à nouveau atteindre γ en au moins une étape :
 $\gamma_0 \vdash_M^* \gamma \vdash_M^+ \gamma$.
5. **Donnée** : le code $\langle M, w \rangle$ d'une machine de Turing et d'un mot w et un entier n (en base 2)
Question : M accepte-t-elle w après au plus n transitions?
6. **Donnée** : le code $\langle M, w \rangle$ d'une machine de Turing et d'un mot w et un entier n (en base 2)
Question : M accepte-t-elle w après au moins n transitions?
7. **Donnée** : le code $\langle M \rangle$ d'une machine de Turing
Question : Est ce que le complémentaire de $L(M)$ est récursivement énumérable?
8. **Donnée** : Le code d'une machine de Turing M_1 et le code d'une machine de Turing M_2 qui s'arrête, pour tout mot d'entrée w après au plus $2 \times |w|$ transitions
Question : Pour tout mot w , $M_1(w) = M_2(w)$
9. **Donnée** : Le code d'une machine de Turing M
Question : il existe deux mots w_1, w_2 de même longueur tels que $w_1, w_2 \in L(M)$.
10. **Donnée** : Le code d'une machine de Turing M
Question : M calcule-t-elle en temps polynomial?

Exercice 2 [5] Dire, en le justifiant, si les problèmes suivants sont décidables :

1. **Donnée** : Le code d'une machine de Turing M qui s'arrête sur toutes ses entrées.
Question : M calcule en temps polynômial
2. **Donnée** : Le code de deux machines de Turing M_1, M_2 qui calculent en temps polynomial.
Question : $L(M_1) \cap L(M_2) = \emptyset$

Exercice 3 [5] Un *automate linéairement borné* est une machine de Turing qui, lorsqu'elle lit un blanc, écrit un blanc et se déplace vers la gauche.

Montrer que l'arrêt universel des automates linéairement bornés est indécidable :

Donnée : $\langle M \rangle$ où M est un automate linéairement borné

Question : est ce que M s'arrête sur toute donnée?