

TD2

Chargé de TD : Lucca Hirschi

lucca.hirschi@lsv.ens-cachan.fr

<http://www.lsv.ens-cachan.fr/~hirschi>

Warm up

On commence par corriger l'exercice 3 du TD1.

Exercice 1 (Clôture des langages rékursifs)

Montrer que la classe des langages rékursifs est close par les opérations booléennes : intersection, union, complémentaire.

Exercice 2 (Fonctions calculables et langages rékursivement énumérables)

Soit f une fonction calculable. Montrer que l'image de f est un langage rékursivement énumérable.

Exercice 3 (Clôture des langages rékursivement énumérables)

Montrer que la classe des langages rékursivement énumérables est close par union et intersection.

Exercice 4 (Caractérisation des langages rékursivement énumérables)

Montrer que L est un langage rékursivement énumérable si et seulement s'il existe une machine de Turing M à deux rubans et un état distingué q_e de M tels que :

$$q_0, (\epsilon, \$), (\epsilon, \$) \vdash_M^* q_e, (\epsilon, \$w'), (\epsilon, \$w) \text{ ssi } w \in L$$

Exercice 5 (Image de langages rékursivement énumérables)

Montrer que, si f est calculable et L est rékursivement énumérable, alors $f(L)$ est rékursivement énumérable.

Exercice 6 (Fonctions calculables et langages rékursifs)

Donner une fonction calculable dont l'image n'est pas réursive.