Soit $G = (\Sigma, V, P)$ une grammaire

$w = a_1 a_2 \cdots a_n \in \Sigma^+$ un mot.

On suppose G en FNQF et sans ε-règle

$$P \subseteq V \times (\Sigma \cup V \cup V^2)$$

Rem: On peut transformer en temps linéaire une grammaire G arbitraire en une grammaire G' en FNQF et sans ε-règle

Programmation dynamique

Pour $1 \leq i \leq j \leq n$ $\quad w[i,j] = a_i \cdots a_j$

$\forall 1 \leq i \leq j \leq n \quad f(i,j) = \{x \in V \mid x \xrightarrow{*} w[i,j]\}$

Equations de récurrence

$$\forall 1 \leq i \leq n \quad f(i,i) = \{x \in V \mid x \xrightarrow{*} a_i\}$$

On peut calculer $f(i,i)$ en temps $\quad O(|P|)$

Construire le graphe (V,E) où

$E = \{(y,x) \mid x \to y \in P\}$ $\quad O(|P|)$

Calculer $U_i = \{x \in V \mid x \to a_i \in P\}$ $\quad O(|P|)$

Calculer reach(U_i) dans (V,E) $\quad O(|P|)$

$\forall 1 \leq i < j \leq n$

$$f(i,j) = \text{Reach}\{x \in V \mid \exists\, x \to yz \in P \;\; \exists\, i \leq k < j \;\; y \in f(i,k) \wedge z \in f(k+1,j)\}$$

$$O(|P|) + O(|P| \cdot (j-i)) = O(|P||w|)$$

On calcule $f(i,j)$ $\forall 1 \leq i \leq j \leq n$ $\quad O(|P||w|^3)$

$f(1,n) = \{x \in V \mid x \xrightarrow{*} w\}$