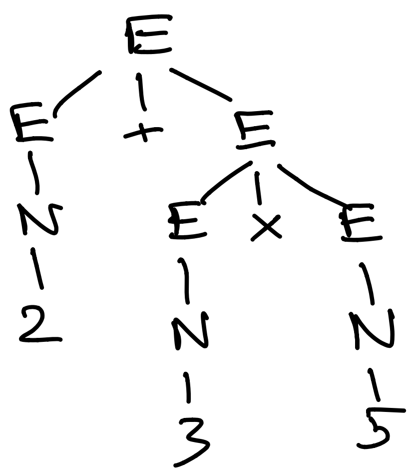
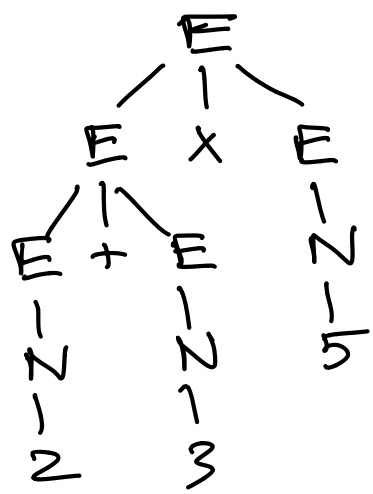
Considérons la grammaire G_1

$E \rightarrow E+E \mid E \times E \mid (E) \mid N$

$N \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid \cdots \mid 9$

Le mot $w = 2+3\times5$ admet deux arbres de dérivation T_1 et T_2

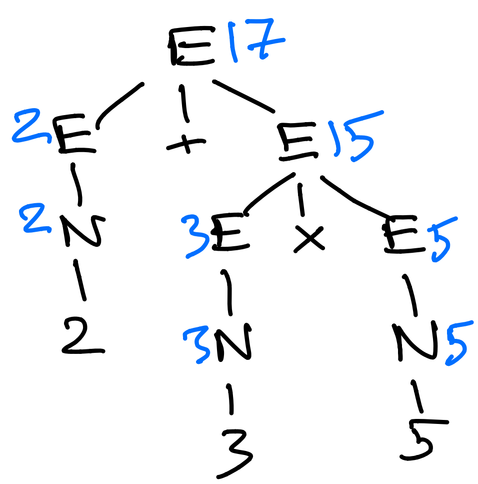


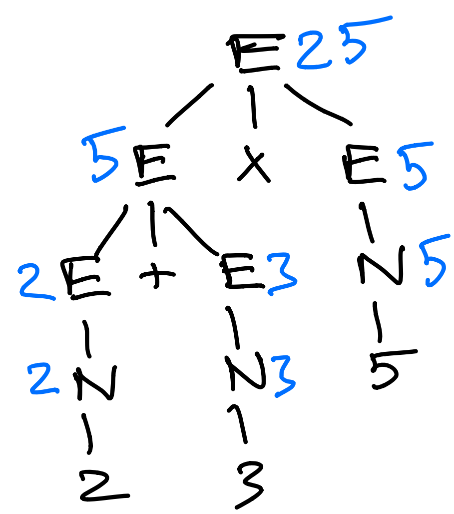


La grammaire G_1 est donc ambigüe.

L'arbre de dérivation est utile après l'analyse syntaxique pour la génération du code.

Par exemple pour l'évaluation de l'expression.





→ La grammaire doit être non-ambigüe et générer le bon arbre de dérivation.

Grammaire G_2

$E \to E+T \mid T$

$T \to T\times F \mid F$

$F \to N \mid (E)$

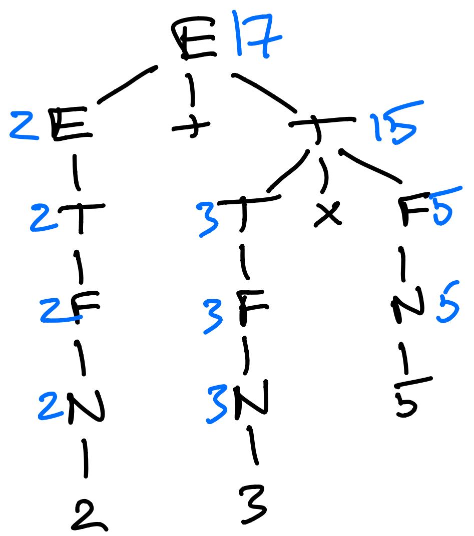
Grammaire G_3

$E \to T+E \mid T$

$T \to F\times T \mid F$

$F \to N \mid (E)$

Ces grammaires sont non ambigües
L'arbre de dérivation correspond à la priorité de $\times$ sur $+$



Si on commence la dérivation par $E \to T$ alors pour engendrer le symbole $+$ il faudra "remonter" à E avec $F \to (E)$ et il y aura des parenthèses.

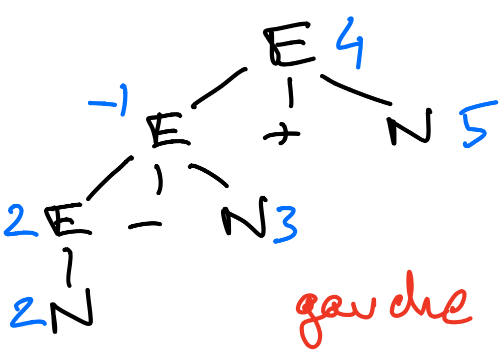
La différence entre les grammaires G_2 et G_3 se situe au niveau de l'associativité des opérateurs qui sont à un même niveau de priorité.

Exemple : analyser le mot $2-3+5$

avec G_2 : ou G_3

$E \to E+N \mid E-N \mid N$

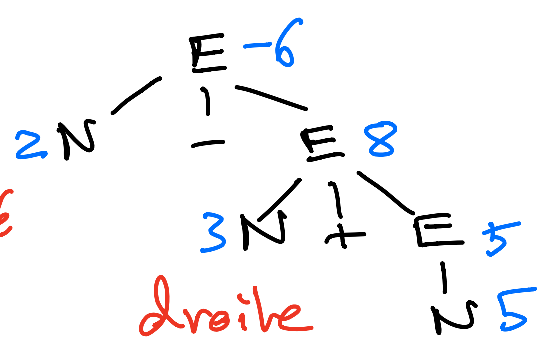
$E \to N+E \mid N-E \mid N$



associativité

gauche

droite



Preuve du Lemme : Arbres de dérivation

1. Récurrence sur n longueur de dérivation

$x \xrightarrow{n} \alpha \quad x \in V \quad \alpha \in (\Sigma \cup V)^*$

<u>$n = 0$</u> $\quad x = \alpha \quad : \quad t = x$ seulement la racine x

<u>$n > 0$</u> $\quad x \xrightarrow{1} \varepsilon = \alpha \qquad t = \begin{array}{c} x \\ | \\ \varepsilon \end{array}$

ou $x \xrightarrow{1} \beta_1 \cdots \beta_k \xrightarrow{n-1} \alpha$

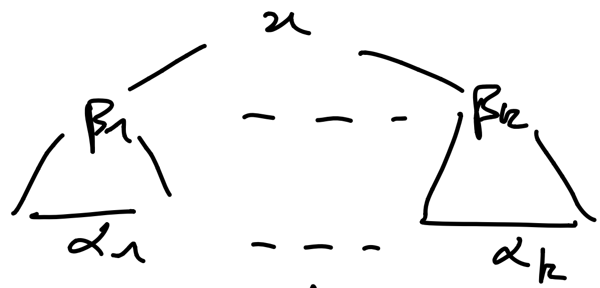
avec $\beta_i \in \Sigma \cup V$.

Lemme fondamental : $\alpha = \alpha_1 \cdots \alpha_k \quad \beta_i \xrightarrow{n_i} \alpha_i$

$n - 1 = n_1 + \cdots + n_k$

HR arbre t_i avec $rac(t_i) = \beta_i \quad Fr(t_i) = \alpha_i$

alors $t = x(t_1, \ldots, t_k)$

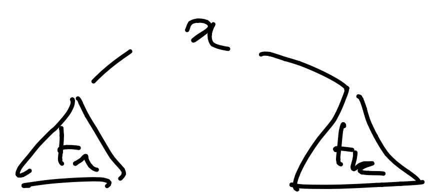


2. Récurrence sur $h(t)$ hauteur de l'arbre.

_ $h(t) = 0$ alors $t = x \qquad x \xrightarrow{0} x$

_ $h(t) > 0$ alors $t = x(t_1, \ldots, t_k)$

$t_1, \ldots, t_k$ sous arbres de la racine



HR On a des dérivations

$\beta_i = rac(t_i) \xrightarrow{*} Fr(t_i) = \alpha_i \qquad \forall\, 1 \leq i \leq k$

et $x \to \beta_1 \cdots \beta_k \in P$ et $\alpha = \alpha_1 \cdots \alpha_k$

Donc $x \to \beta_1 \cdots \beta_k \xrightarrow{*} \alpha_1 \cdots \alpha_k = \alpha$.