

Quel rapport y a-t-il entre les concepts d'algorithme et de langage ?

Gilles Dowek

Pourquoi cette question ?

Les quatre concepts de l'informatique :

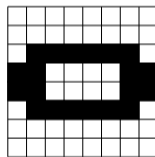
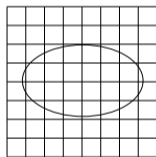
algorithme, machine, langage, information

Plus exactement

algorithme + machine \longrightarrow langage + information

Les ordinateurs (téléphones, tablettes...) sont des **machines** à exécuter des **algorithmes**
Mais cela demande d'exprimer ces algorithmes dans un **langage**
et l'**information** sur lesquelles ces algorithmes opèrent de manière symbolique

```
let rec fact x = if x == 0 then 1 else x * (fact (x - 1))
```



bbbbbbbbbbbbbbbbnnnnnnbnnbbbbnnnnbbbbnnnnnnnnbbbbbbbbbbbbbbbb

À chacun ses héros

Un nouvel amphi à l'université, comment l'appelle-t-on ?

- ▶ Al-Khwârizmî, Turing...
- ▶ Jacquard, Von Neumann...
- ▶ Frege, Hopper...
- ▶ Gutenberg, Shannon...

Car chacun de ces concepts est antérieur à l'informatique

En fait... déjà là dans l'Antiquité

- ▶ algorithme : addition
- ▶ machine : moulins à eau
- ▶ langage : des nombres
- ▶ information : bibliothèque d'Alexandrie

Mais sans lien apparent

Mécanique et mécanique

Héron d'Alexandrie : un algorithme itératif pour calculer des approximations de \sqrt{a}

Une suite telle que $x_{n+1} = (x_n + a/x_n)/2$

Par exemple avec $a = 2$:

2, 1.5, 1.4166666666666666, 1.414215686274, 1.414213562374, 1.414213562373...

Le même crée des automates mus par l'eau, la vapeur et l'air comprimé, par exemple pour ouvrir automatiquement les portes d'un temple

Mais pas de machine pneumatique pour exécuter son algorithme itératif

Pascal : une vraie révolution : mécanique est mécanique

Même au XVIII^e siècle : la méthode d'Euler et le fardier de Cugnot

Mais même si les liens entre machine et algorithme sont tardifs

Qu'en est-il des liens entre algorithme et langage ?

I. Le concept de Langage

Les langages de programmation

Pourquoi

```
let rec fact x = if x == 0 then 1 else x * (fact (x - 1))
```

et non

Multiplier entre eux tous les nombres de 1 à x

?

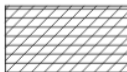
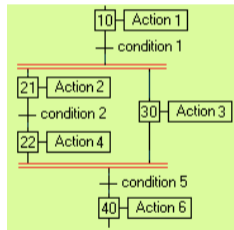
Une réponse traditionnelle : parce qu'il faut que l'ordinateur aussi puisse interpréter le programme

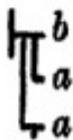
Et avant les langages de programmation

05 57 12 44 44

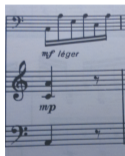
OD : -1,25 (-0,50)180° OG : -1,00 (-0,25)180°

$$\frac{P \vdash P}{\vdash P \Rightarrow P}$$

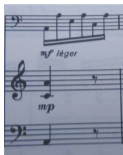




- ▶ $\forall x \exists y \ y + 1 = x, \neg A \Rightarrow (A \Rightarrow B),$ (XIX^e siècle)
- ▶ $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}$ (XIX^e siècle)
- ▶ 19 esplanade des Antilles, 33607 Pessac (XVI^e siècle)
- ▶ $x^3 + 3x^2 = 20$ (XVI^e siècle)
- ▶ $8 + 12 = 20$ (XV^e-XVI^e siècle)



- ▶ (XIII^e siècle)
- ▶ XLII, ○○○○▷▷ (XXXIII^e siècle)



Pourquoi et non « jouer un la grave, puis un la aigu, puis un mi, puis encore un la aigu, puis un do, puis un troisième la aigu, pendant que le piano joue un do aigu et un la encore plus aigu et un la grave (mais sur les quatre premières notes seulement) » ?
~~Parce qu'il faut que l'ordinateur aussi puisse interpréter la partition~~

Pourquoi $x^3 + 3x^2 = 20$ et non « un cube et trois carrés font vingt » ?
~~Parce qu'il faut que l'ordinateur aussi puisse résoudre l'équation~~

Langages et langues

Un usage spécialisé : des prescriptions de lunettes (pas des lettres d'amour ni la liste des courses)

Un vocabulaire restreint (`if`, `then`, `*...`) mais parfois extensible (`fact`)

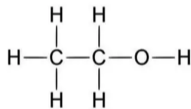
Une grammaire simple et connue

Un inventeur souvent connu (parfois unique) : une création de toutes pièces

Écriture

Toujours une forme écrite... mais pas toujours une forme orale

Une partition de flûte baroque à la limite mais quid d'une partition d'orchestre ?



CH₃-CH₂-OH à la limite mais quid de ?

2, 3 à la limite, mais 2003 demande une traduction dans un autre langage (« 00 » se lit « mille » : mauvaise hypothèse)

Articulation

Certains langages sont doublement articulés

fact

Mais pas tous

!


D'où $\forall, \exists, \in, \int, \leq, +, \times \dots$

À l'inverse la première articulation est parfois dédoublée

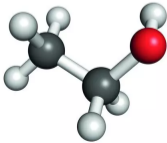
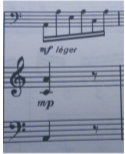
! \rightarrow fact \rightarrow 01100110 01100001 01100011 01110100

Unidimensionnalité

L'unidimensionnalité de la parole vient de l'unidimensionnalité du temps

Celle de la langue écrite de celle de la parole : un long  avec une seule ligne

Un langage sans forme orale n'a pas cette contrainte



Et même

Certainement pas oral. Écrit ?

II. Quels sont les liens entre les langages et les algorithmes

Exprimer les algorithmes dans des langages

Quand on utilise un ordinateur

Mais des générations se sont débrouillées avec : « ajouter les unités avec les unités, les dizaines avec les dizaines... en propageant la retenue »

En revanche... l'information sur laquelle ils opèrent

Essayez d'ajouter « quarante-deux » et « quatre-vingt-quinze »

Traduction en chiffres indo-arabes, addition, traduction inverse

Comme le calcul du nombre de chemins de longueur $\leq n$ entre deux sommets d'un graphe (traduction en forme matricielle, calcul, traduction inverse)

C'est à cela que servent les chiffres indo-arabes, c'est tardivement que l'on a oublié la traduction inverse (K. Chemla)

D'ailleurs, de manière générale

Les expressions d'un langage peuvent être traitées par un algorithme
Alors que celle d'une langue plus difficilement

Analyse syntaxique (algorithme qui indique si une expression est dans le langage / la langue ou non)

Toujours des erreurs dans les correcteurs orthographiques

Beaucoup de cas limites : « On est chez nous », « Je joue le tambour »...

Alors que la définition (de la grammaire) d'un langage **est** un algorithme

Traductions

D'un langage de programmation dans un autre (compilation)

D'un format des nombres dans un autre...

Alors que pour les langues naturelles, on est obligé de recourir à l'imitation, parce qu'on ne parvient pas à concevoir l'algorithme

La sémantique d'un langage formel est souvent exprimée par une traduction (ou des règles de manipulation qui définissent aussi un algorithme)

Retour sur l'invention de l'écriture

Les bulles enveloppes

Un « système » **antérieur** à l'écriture

N'exprime que les nombres, avec un vocabulaire (types de cailloux) restreint, une grammaire triviale (mette les cailloux dans la bulle, mais pas tant : pas soixante cailloux du même type)...

Un langage **antérieur** à l'écriture

Second exemple de langage tridimensionnel (certainement pas oral, écrit ?)

L'invention de l'écriture : invention d'un algorithme de traduction d'un langage tridimensionnel dans un langage unidimensionnel

Langages et algorithmes

Premiers algorithmes (qui opèrent sur des symboles) : 3 300, algorithmes arithmétiques (addition, soustraction...) sur les chiffres fraîchement inventés

Premier langage : 3 300, bulles-enveloppes

De nombreuses explications possibles :

- (1) aucune trace possible ni de langage ni d'algorithme avant l'écriture
- (2) les langages et les algorithmes demandent l'écriture

Mais invention capitale : écriture, langages et algorithmes corollaires

Une autre explication possible

Les algorithmes (symboliques) et les langages sont indissociables :

Algorithmes sur les expressions d'une langue : difficile, mieux vaut les expressions d'un langage

Écrire dans un langage n'a aucun intérêt si on n'a pas d'algorithme pour traiter ce que l'on a écrit : analyse syntaxique, traduction dans un autre langage, voire dans une langue

○○○○▷▷ → quarante-deux

Un rapport élément / opération

Dans le groupe $(\mathbb{Z}, +)$

Les éléments sans opération sont inutiles

L'opération ne peut pas être définie sans éléments

Les langages sans algorithmes sont inutiles

Les algorithmes ne peuvent pas être définis sans langages