

Keep it simple stupid

Gilles Dowek



La simplicité comme objectif du développement scientifique

Aller du niveau n au niveau p

- ▶ Si n et p étages et $n > p$: descendre de $n - p$ niveau·x
- ▶ Si n et p étages et $n = p$: rester au même niveau
- ▶ Si n et p étages et $n < p$: monter de $p - n$ niveau·x
- ▶ Si n étage et p rez-de-chaussée : descendre de n niveau·x
- ▶ Si n étage et p sous-sol : descendre de $n + p$ niveau·x
- ▶ Si n rez-de-chaussée et p étage : monter de p niveau·x
- ▶ Si n et p rez-de-chaussée : rester au même niveau
- ▶ Si n rez-de-chaussée et p sous-sol : descendre de p niveau·x
- ▶ Si n sous-sol et p étage : monter de $n + p$ niveau·x
- ▶ Si n et p rez-de-chaussée : monter de p niveau·x
- ▶ Si n et p sous-sols et $n > p$: monter de $n - p$ niveau·x
- ▶ Si n et p sous-sols et $n = p$: rester au même niveau
- ▶ Si n et p sous-sols et $n < p$: descendre de $p - n$ niveau·x

Puis on inventa les nombres négatifs (et le zéro)

Aller du niveau n au niveau p

- ▶ monter de $p - n$ niveau·x

Chez les sauvages, où il n'y a pas de rez-de-chaussée

Aller du niveau n au niveau p

- ▶ Si n et p de même signe : monter de $p - n$ niveau·x
- ▶ Si $n > 0$ et $p < 0$: monter de $p - n + 1$ niveau·x
- ▶ Si $n < 0$ et $p > 0$: monter de $p - n - 1$ niveau·x

Avec le rez-de-chaussée, plus simple : un cas et non trois

Une **bonne raison** pour avoir un rez-de-chaussée

Les équations du second degré dans les mathématiques anciennes

$$ax^2 + bx = c$$

$$ax^2 + c = bx$$

$$ax^2 = bx + c$$

$$ax^2 = bx$$

$$ax^2 = c$$

Un objectif universel

En mathématiques

Lemme clé (par exemple, le Lemme de Fatou) qui simplifie la démonstration d'un théorème

Mais aussi : structures algébriques (généralisation, abstraction...)

$$(a + b) + (-a) = b$$

vrai dans \mathbb{Z} , mais aussi dans \mathbb{R} et dans \mathbb{R}^3

En fait : vrai dans n'importe quel groupe commutatif

Ne demande que l'associativité, le neutre, l'opposé et la commutativité

Un groupe commutatif est plus simple que \mathbb{R} (pas besoin de s'interroger sur les suites de Cauchy, la multiplication, la non-dénombrabilité)

Un objectif universel

En physique

Newton : une seule loi pour les phénomènes terrestres et célestes

Équations de Maxwell : quatre équations (\mathbf{E} , \mathbf{B}), puis une équation si on agrège les deux champs en un unique « quadrivecteur potentiel »

Mais aussi : abstractions

Masse ponctuelle, champ gravitationnel constant, gaz parfait, mouvement sans frottement

Parfois négliger ce qui est négligeable, parfois créer des situations simples mais purement fictives (à moins d'aller sur la Lune)

Un objectif universel

En informatique

Remplacer 1000 lignes de code par 100

Ne pas ajouter trop de fonctionnalités à un logiciel, qui offusquent les fonctionnalités utiles

Mais aussi : abstraction

La place du bouton marche-arrêt d'un ordinateur (la mémoire cache, le pipelinage...) peut être ignorée

Machine RAM, de Turing, automates cellulaires...

Un paradoxe

Les scientifiques cherchent la simplicité

Mais pour « l'humain de la rue », la science est **ce qu'il y a de plus compliqué**

D'ailleurs, les scientifiques eux-mêmes condamnent les simplifications excessives (assomption de complexité) : non le théorème de Gödel, ce n'est pas la même chose que le principe d'incertitude

Un signe que la notion de simplicité n'est pas la même pour les uns et pour les autres ?

Qu'est-ce qui est simple ?

L'ajout de nombres négatifs

13 cas \longrightarrow 1 cas : simplicité

Mais « monter de -2 niveaux » signifie « descendre de 2 niveaux »

Alors ? On monte ou on descend ? On n'y comprend plus rien

Alors ? Les électrons vont de gauche à droite ? ou les trous de droite à gauche ?

Accélération négative, inflation négative...

Une difficulté du discours éthique

X diffuse un spot publicitaire de 20 s sur la télé de Y (en échange de quoi...)

Y donne 20 s de temps de cerveau à X (en échange de quoi...)

Deux carrefours dangereux A et B

La collectivité a 30 M€

Sécuriser le carrefour A coûte 30 M€

Sécuriser le carrefour B coûte 30 M€

10 accidents au carrefour A

2 accidents au carrefour B

Maximiser le nombre de vies humaines épargnées sous contrainte de budget (sac à dos)

Une simplification : épargner une vie humaine au carrefour A coûte 3 M€, au carrefour B 15 M€

Oui mais la vie humaine n'a pas de prix

La simplicité des lois physiques est-elle dans la tête du physicien ou dans la nature ?

Galilée (1623) : La philosophie est écrite dans cet immense livre qui se tient toujours ouvert devant nos yeux, je veux dire l'Univers, mais on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères avec lesquels il est écrit. Il est écrit dans la langue mathématique.

Mais pourquoi ?

Un mystère

Einstein (1936) : La chose éternellement **incompréhensible** dans le monde est qu'il soit compréhensible.

Wigner (1960) : La formidable utilité des mathématiques dans les sciences de la nature est quelque chose à la limite du **mystérieux** et qui n'a pas d'explication rationnelle.

Mais quelle est la question ?

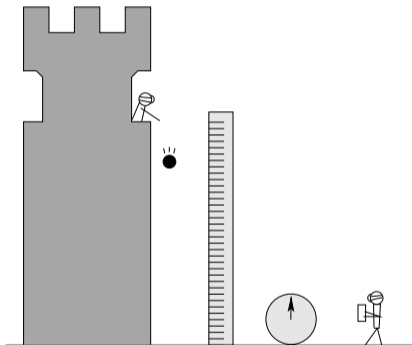
- ▶ une question sur la correspondance entre les mots et les choses ?
- ▶ une question sur la **simplicité** du réel (qui rend possible sa description dans le langage mathématique) ?

Relations physiquement réalisées

Une expérience dans laquelle on prépare un système physique en choisissant des grandeurs (paramètres) $a = \langle a_1, \dots, a_n \rangle$ et on mesure d'autres grandeurs $b = \langle b_1, \dots, b_p \rangle$

Cette expérience définit une **relation** (fonctionnelle dans le cas déterministe) $a R b$ si b est un résultat possible des mesures sur le système préparé avec a

Un exemple



$$R : y = \frac{1}{2}gt^2$$

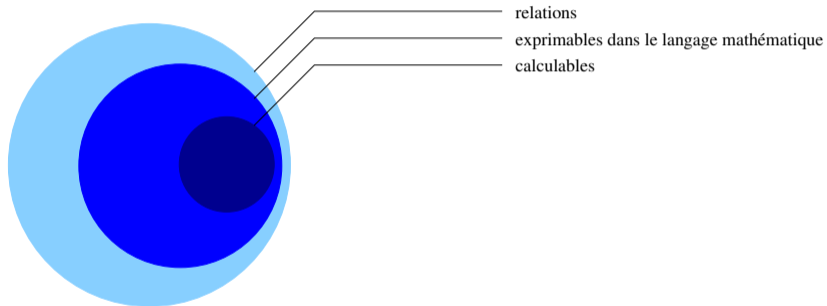
Deux thèses

La thèse de Galilée : la relation R est exprimable dans le langage mathématique

La forme physique de la thèse de Church-Turing : la relation R est calculable (sinon l'expérience est une machine analogique qui passe la barrière de Turing)

La seconde thèse implique (et explique) la première

Une échelle de la simplicité



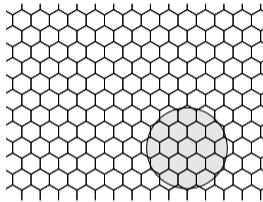
Une thèse beaucoup moins « mystérieuse »

Le théorème de Gandy

La forme physique de la thèse de Church-Turing est une conséquence de

1. l'**homogénéité** du temps et de l'espace
2. La **densité bornée** de l'information (un système physique de diamètre fini a un espace d'états fini)
3. La **vitesse bornée** de propagation de l'information (un système ne peut influencer un autre qu'après un temps proportionnel à leur distance)

Discrétisation arbitraire du temps et de l'espace



Chaque cellule a un espace d'état fini (2.)

L'état d'une cellule dépend de celui d'un nombre fini de cellules à l'étape précédente (3.)

Fonction d'évolution locale **finie** (donc calculable) et homogène (1.)

Automate cellulaire : évolution globale calculable

D'où vient la (relative) simplicité du monde ?

Principalement des **bornes** sur la vitesse de propagation (Einstein, c) et sur la densité (Bekenstein, h) de l'information

Un monde dans lequel $c = \infty$ et $h = 0$ serait potentiellement beaucoup moins simple