

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Les termes et les relations</b>	<b>7</b>
1.1	Les définitions inductives . . . . .	7
1.1.1	Le théorème du point fixe . . . . .	7
1.1.2	Les définitions inductives . . . . .	10
1.1.3	La récurrence structurelle . . . . .	12
1.1.4	La fermeture réflexive-transitive d'une relation . . . . .	12
1.2	Les langages . . . . .	13
1.2.1	Les langages sans variables . . . . .	13
1.2.2	Les variables . . . . .	13
1.2.3	Les langages à plusieurs sortes d'objets . . . . .	15
1.2.4	Les variables libres et liées . . . . .	15
1.2.5	La substitution . . . . .	16
1.3	Trois manières de définir la sémantique d'un langage . . . . .	18
1.3.1	La sémantique dénotationnelle . . . . .	18
1.3.2	La sémantique opérationnelle à grands pas . . . . .	18
1.3.3	La sémantique opérationnelle à petits pas . . . . .	18
1.3.4	La non-terminaison . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Le langage PCF</b>	<b>21</b>
2.1	Un langage fonctionnel : PCF . . . . .	21
2.1.1	Les programmes sont des fonctions . . . . .	21
2.1.2	Les fonctions sont des objets de première classe . . . . .	21
2.1.3	Les fonctions de plusieurs arguments . . . . .	22
2.1.4	L'absence d'affectations . . . . .	22
2.1.5	Les définitions récursives . . . . .	22
2.1.6	Les définitions . . . . .	23
2.1.7	Le langage PCF . . . . .	23
2.2	La sémantique opérationnelle à petits pas de PCF . . . . .	24
2.2.1	Les règles . . . . .	24
2.2.2	Les nombres . . . . .	25
2.2.3	La congruence . . . . .	26
2.2.4	Un exemple . . . . .	27
2.2.5	Les termes irréductibles et clos . . . . .	28
2.2.6	La non-terminaison . . . . .	29

2.2.7	La confluence . . . . .	29
2.3	Les stratégies de réduction . . . . .	30
2.3.1	La notion de stratégie . . . . .	30
2.3.2	La réduction faible . . . . .	31
2.3.3	L'appel par nom . . . . .	32
2.3.4	L'appel par valeur . . . . .	33
2.3.5	Un peu de paresse est nécessaire . . . . .	33
2.4	La sémantique opérationnelle à grands pas de PCF . . . . .	33
2.4.1	En appel par nom . . . . .	34
2.4.2	En appel par valeur . . . . .	35
2.5	L'évaluation de PCF . . . . .	36
<b>3</b>	<b>De l'évaluation à l'interprétation</b>	<b>39</b>
3.1	En appel par nom . . . . .	39
3.2	En appel par valeur . . . . .	41
3.3	Une optimisation : les indices de De Bruijn . . . . .	42
3.4	La construction de fonctions par point fixe . . . . .	44
3.4.1	Une première variante : les fermetures récursives . . . . .	45
3.4.2	Une seconde variante : les valeurs rationnelles . . . . .	46
<b>4</b>	<b>La compilation</b>	<b>51</b>
4.1	Un interpréteur écrit dans un langage sans fonctions . . . . .	52
4.2	De l'interprétation à la compilation . . . . .	52
4.3	Une machine abstraite pour PCF . . . . .	53
4.3.1	L'environnement . . . . .	53
4.3.2	Les fermetures . . . . .	54
4.3.3	Les différentes constructions de PCF . . . . .	54
4.3.4	L'utilisation des indices de De Bruijn . . . . .	55
4.3.5	La sémantique opérationnelle à petits pas . . . . .	56
4.4	La compilation de PCF . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Le langage PCF avec des types</b>	<b>59</b>
5.1	Les types . . . . .	60
5.1.1	Le langage PCF avec des types . . . . .	60
5.1.2	La relation de typage . . . . .	61
5.2	L'absence d'erreurs à l'exécution . . . . .	63
5.2.1	En sémantique opérationnelle à petits pas . . . . .	63
5.2.2	En sémantique opérationnelle à grands pas . . . . .	64
5.3	La sémantique dénotationnelle de PCF typé . . . . .	65
5.3.1	Une sémantique triviale . . . . .	65
5.3.2	La terminaison . . . . .	65
5.3.3	La relation d'ordre de Scott . . . . .	67
5.3.4	La sémantique du point fixe . . . . .	68

<b>6</b>	<b>L'inférence de types</b>	<b>71</b>
6.1	L'inférence de types monomorphes . . . . .	71
6.1.1	L'attribution d'un type aux termes sans types . . . . .	71
6.1.2	L'algorithme de Hindley . . . . .	72
6.1.3	L'algorithme de Hindley avec résolution immédiate . . . . .	74
6.2	Le polymorphisme . . . . .	76
6.2.1	Le langage PCF avec des types polymorphes . . . . .	77
6.2.2	L'algorithme de Damas et Milner . . . . .	78
<b>7</b>	<b>Les références et les affectations</b>	<b>81</b>
7.1	Une extension de PCF . . . . .	82
7.2	La sémantique de PCF avec des références . . . . .	83
<b>8</b>	<b>Les enregistrements et les objets</b>	<b>89</b>
8.1	Les enregistrements . . . . .	89
8.1.1	Les champs nommés . . . . .	89
8.1.2	Une extension de PCF avec des enregistrements . . . . .	90
8.2	Les objets . . . . .	93
8.2.1	Les méthodes et les champs fonctionnels . . . . .	94
8.2.2	Qu'est-ce que « le moi » ? . . . . .	95
8.2.3	Les objets et les références . . . . .	96