$$\frac{}{\mathtt{e} \vdash \mathtt{n} \hookrightarrow \mathtt{n}}$$

$$\frac{\mathtt{e} \vdash \mathtt{u} \hookrightarrow \mathtt{q} \qquad \mathtt{e} \vdash \mathtt{t} \hookrightarrow \mathtt{p}}{\mathtt{e} \vdash \mathtt{t} \otimes \mathtt{u} \hookrightarrow \mathtt{n}} \text{ si } \mathtt{p} \otimes \mathtt{q} = \mathtt{n}$$

$$\frac{\mathtt{e} \vdash \mathtt{t} \hookrightarrow \mathtt{0} \qquad \mathtt{e} \vdash \mathtt{u} \hookrightarrow \mathtt{V}}{\mathtt{e} \vdash \mathtt{ifz\ t\ then\ u\ else\ v} \hookrightarrow \mathtt{V}}$$

$$\frac{\mathtt{e} \vdash \mathtt{t} \hookrightarrow \mathtt{n} \qquad \mathtt{e} \vdash \mathtt{v} \hookrightarrow \mathtt{V}}{\mathtt{e} \vdash \mathtt{ifz\ t\ then\ u\ else\ v} \hookrightarrow \mathtt{V}} \begin{array}{c}\text{si } \mathtt{n} \text{ constante} \\ \text{entière} \neq 0\end{array}$$

$$\frac{\mathtt{e} \vdash \mathtt{t} \hookrightarrow \mathtt{W} \qquad \mathtt{(e,\ x\ =\ W)} \vdash \mathtt{u} \hookrightarrow \mathtt{V}}{\mathtt{e} \vdash \mathtt{let\ x\ =\ t\ in\ u} \hookrightarrow \mathtt{V}}$$

**Exercice 3.8** *Écrire un interpréteur pour PCF en appel par valeur, qui utilise des fermetures récursives.*

**Exercice 3.9** *Que deviennent ces règles de la sémantique opérationnelle à grands pas avec des fermetures récursives si on remplace les variables par leur indice de De Bruijn — voir la section 3.3 ?*

### 3.4.2 Une seconde variante : les valeurs rationnelles

Dans la règle

$$\frac{}{\mathtt{e} \vdash \mathtt{fixfun\ f\ x\ \text{->}\ t} \hookrightarrow \langle \mathtt{x,\ t,\ (e,\ f\ =\ }\langle\mathtt{fixfun\ f\ x\ \text{->}\ t,\ e}\rangle\mathtt{)}\rangle}$$

on peut décider d'anticiper l'interprétation du glaçon ⟨`fixfun f x -> t, e`⟩. Bien entendu, la valeur de ce glaçon est le terme ⟨`x, t, (e, f =` ⟨`fixfun f x -> t, e`⟩`)`⟩ dans lequel ce glaçon apparaît à nouveau. On peut décider de l'interpréter encore, et encore...

Comme on l'a déjà dit, interpréter ainsi un terme de la forme `fix f t` avant de le substituer ou de le mettre dans un environnement mène à des calculs infinis. Ici, cela mène à construire la valeur infinie ⟨`x, t, (e, f =` ⟨`x, t, (e, f =` ⟨`x, t, (e, f =` ⟨`x, t, (e, f = ...)`⟩`)`⟩`)`⟩`)`⟩. Cette valeur est certes un terme infini, mais ce terme est rationnel. Or, on sait que l'on peut représenter de tels arbres rationnels dans la mémoire des ordinateurs. Ici, on peut représenter cette valeur par l'arbre