

`fun x -> fun y -> (x + (fun z -> fun w -> (x + y + z + w)) (2 * 8) (14 + 4)) (5 + 7) (20 - 6)` la variable `y` sera nécessairement interprétée dans un environnement de la forme `x = ., y = ., z = ., w = .`, autrement dit, rechercher la valeur associée à `y` consistera à aller chercher la valeur d'indice 2. On peut donc associer tout de suite cet indice à cette variable.

Ce calcul des indices de De Bruijn des variables demande simplement de faire un parcours récursif du terme en gardant un *environnement de variables* qui est une liste de variables, et d'associer l'indice `p` à la variable `x` dans l'environnement `e`, où `p` est la place de la variable `x` dans l'environnement `e`, en partant de la fin.

- $|x|_e = x^p$ où `p` est la place de `x` dans l'environnement `e`
- $|t\ u|_e = |t|_e\ |u|_e$
- $|\text{fun } x \text{ -> } t|_e = \text{fun } x \text{ -> } |t|_{e,x}$
- $|n|_e = n$
- $|t + u|_e = |t|_e + |u|_e$
- $|t - u|_e = |t|_e - |u|_e$
- $|t * u|_e = |t|_e * |u|_e$
- $|t / u|_e = |t|_e / |u|_e$
- $|\text{ifz } t \text{ then } u \text{ else } v|_e = \text{ifz } |t|_e \text{ then } |u|_e \text{ else } |v|_e$
- $|\text{fix } x\ t|_e = \text{fix } x\ |t|_{e,x}$
- $|\text{let } x = t \text{ in } u|_e = \text{let } x = |t|_e \text{ in } |u|_{e,x}$

Par exemple, le terme ci-dessus s'écrit désormais `fun x -> fun y -> (x1 + (fun z -> fun w -> (x3 + y2 + z1 + w0)) (2 * 8) (14 + 4)) (5 + 7) (20 - 6)`.

Il n'est pas difficile de montrer qu'une occurrence de sous-terme traduite dans l'environnement de variables `x1, ..., xn` sera toujours interprétée dans un environnement de la forme `x1 = ., ..., xn = .` Et de ce fait, que retrouver la valeur associée à une variable d'indice `p` consistera à aller chercher le `p`^{ème} élément de l'environnement.

Une manière alternative d'interpréter un terme consiste donc à commencer par calculer l'indice de De Bruijn de chaque occurrence de variable. Ensuite, puisque l'on connaît l'indice de De Bruijn de chaque occurrence de variable, il n'est plus nécessaire dans un environnement de garder la liste des variables et un environnement peut simplement se définir comme une liste de valeurs étendues. De même, il n'est plus nécessaire de garder les noms de variables dans les fermetures, ni dans les glaçons. En fait, même les noms de variables dans les termes sont devenues inutiles et on peut, par exemple, réécrire le terme ci-dessus en `fun _ -> fun _ -> (_1 + (fun _ -> fun _ -> (_3 + _2 + _1 + _0)) (2 * 8) (14 + 4)) (5 + 7) (20 - 6)`.

Les règles de la sémantique opérationnelle à grands pas de l'interprétation en appel par valeur se formulent alors ainsi

$$\frac{}{e \vdash _{}^p \hookrightarrow v} \text{ si le } p^{\text{ème}} \text{ élément de } e \text{ est } v$$

$$\frac{e' \vdash \text{fix } _{} \ t \hookrightarrow v}{e \vdash _{}^p \hookrightarrow v} \text{ si le } p^{\text{ème}} \text{ élément de } e \text{ est } \langle \text{fix } _{} \ t, e' \rangle$$