Exercice 3.1 *Écrire un interpréteur pour PCF en appel par nom.*

Exercice 3.2 *Quelle valeur les règles de l'interprétation de PCF donnent-elles aux termes*

```
(fun x -> fun x -> x) 2 3
```

et

```
(fun x -> fun y -> ((fun x -> (x + y)) x)) 5 4
```

? Comparer avec les exercices 2.7 et 2.13.

Exercice 3.3 *Les règles de l'interprétation de PCF donnent-elles la valeur* `10` *ou* `11` *au terme*

```
let x = 4 in let f = fun y -> y + x in let x = 5 in f 6
```

? Comparer avec les exercices 2.8 et 2.14.

3.2 En appel par valeur

En appel par valeur, la situation est quelque peu simplifiée. En effet, quand on interprète un terme de la forme `(fun x -> t) u`, on commence par interpréter le terme `u`. Le résultat de cette interprétation est une valeur, c'est-à-dire un entier ou une fermeture, et il suffit de lier dans l'environnement la variable `x` à cette valeur. De même, quand on interprète un terme de la forme `let x = t in u`, on commence par interpréter le terme `t`. Le résultat de cette interprétation est une valeur et il suffit dans l'environnement de lier la variable `x` à cette valeur. Les environnements lient donc des variables à des valeurs et non à des glaçons en attente d'être interprétés. On n'a donc plus besoin de la notion de glaçon.

Cependant, la règle d'évaluation du `fix` contrairement à la règle de l'application et à celle du `let` demande de substituer une variable par un terme de la forme `fix x t` qui n'est pas une valeur, et évaluer ce terme avant de le substituer ou de le mettre dans l'environnement mène, comme nous l'avons vu, à des calculs infinis.

L'environnement doit donc contenir des *valeurs étendues*, qui sont ou bien des valeurs, ou bien des glaçons formés d'un terme de la forme `fix x t` et d'un environnement `e`. Quand on accède à une telle valeur étendue, on doit l'interpréter s'il s'agit d'un glaçon. Cela mène aux règles

$$\frac{}{\mathtt{e} \vdash \mathtt{x} \hookrightarrow \mathtt{V}} \text{ si } \mathtt{e} \text{ contient } \mathtt{x = V}$$

$$\frac{\mathtt{e'} \vdash \mathtt{fix\ y\ t} \hookrightarrow \mathtt{V}}{\mathtt{e} \vdash \mathtt{x} \hookrightarrow \mathtt{V}} \quad \begin{array}{c}\text{si } \mathtt{e} \text{ contient}\\ \mathtt{x} = \langle \mathtt{fix\ y\ t}, \mathtt{e'} \rangle\end{array}$$

$$\frac{\mathtt{e} \vdash \mathtt{u} \hookrightarrow \mathtt{W} \qquad \mathtt{e} \vdash \mathtt{t} \hookrightarrow \langle \mathtt{x},\ \mathtt{t'},\ \mathtt{e'} \rangle \qquad (\mathtt{e'},\ \mathtt{x} = \mathtt{W}) \vdash \mathtt{t'} \hookrightarrow \mathtt{V}}{\mathtt{e} \vdash \mathtt{t\ u} \hookrightarrow \mathtt{V}}$$