nement, outre le terme `u`, il faut aussi trouver l'environnement dans lequel ce terme lui-même doit être interprété. Un couple formé d'un terme et d'un environnement est appelé un *glaçon*. Il se note $\langle$`u, e`$\rangle$.

De même, quand on interprète un terme de la forme `fun x -> t` dans un environnement `e`, le résultat ne peut pas être simplement le terme `fun x -> t`, car ce terme peut contenir des variables libres et quand on interprétera le terme `t` il sera nécessaire de retrouver les glaçons liés à ces variables dans l'environnement `e`. On introduit alors de nouvelles valeurs appelées *fermetures* et qui sont composées d'un terme *qui doit nécessairement être de la forme* `fun x -> t` et d'un environnement `e`. On note une telle valeur $\langle$`x, t, e`$\rangle$. Les valeurs ne sont plus désormais un sous-ensemble des termes, et il est nécessaire de définir un langage de valeurs indépendant de celui des termes.

Cela amène à réécrire les règles de la sémantique opérationnelle à grands pas de PCF en appel par nom, en considérant une relation de la forme $\texttt{e} \vdash \texttt{t} \hookrightarrow \texttt{V}$ qui se lit « `t` s'interprète en `V` dans `e` » où `e` est un environnement, `t` un terme et `V` une valeur. Quand l'environnement `e` est vide, cette relation s'écrit également $\vdash \texttt{t} \hookrightarrow \texttt{V}$. Les règles qui étendent l'environnement sont la règle de l'application dans laquelle on lui ajoute le couple formé de la variable `x` et du glaçon $\langle$`u, e`$\rangle$, celle du `let` dans laquelle on lui ajoute le couple formé de la variable `x` et du glaçon $\langle$`t, e`$\rangle$ et celle du `fix` dans laquelle on lui ajoute le couple formé de la variable `x` et du glaçon $\langle$`fix x t, e`$\rangle$. Dans cette règle, le terme `t` est dupliqué : une copie est interprétée et l'autre est gardée dans l'environnement pour les appels récursifs rencontrés lors de l'interprétation de la première copie.

$$\frac{\texttt{e'} \vdash \texttt{t} \hookrightarrow \texttt{V}}{\texttt{e} \vdash \texttt{x} \hookrightarrow \texttt{V}} \text{ si } \texttt{e} \text{ contient } \texttt{x = }\langle\texttt{t,e'}\rangle$$

$$\frac{\texttt{e} \vdash \texttt{t} \hookrightarrow \langle\texttt{x, t', e'}\rangle \qquad (\texttt{e', x = }\langle\texttt{u, e}\rangle) \vdash \texttt{t'} \hookrightarrow \texttt{V}}{\texttt{e} \vdash \texttt{t u} \hookrightarrow \texttt{V}}$$

$$\frac{}{\texttt{e} \vdash \texttt{fun x -> t} \hookrightarrow \langle\texttt{x, t, e}\rangle}$$

$$\frac{}{\texttt{e} \vdash \texttt{n} \hookrightarrow \texttt{n}}$$

$$\frac{\texttt{e} \vdash \texttt{u} \hookrightarrow \texttt{q} \qquad \texttt{e} \vdash \texttt{t} \hookrightarrow \texttt{p}}{\texttt{e} \vdash \texttt{t} \otimes \texttt{u} \hookrightarrow \texttt{n}} \text{ si } \texttt{p} \otimes \texttt{q = n}$$

$$\frac{\texttt{e} \vdash \texttt{t} \hookrightarrow \texttt{0} \qquad \texttt{e} \vdash \texttt{u} \hookrightarrow \texttt{V}}{\texttt{e} \vdash \texttt{ifz t then u else v} \hookrightarrow \texttt{V}}$$

$$\frac{\texttt{e} \vdash \texttt{t} \hookrightarrow \texttt{n} \qquad \texttt{e} \vdash \texttt{v} \hookrightarrow \texttt{V}}{\texttt{e} \vdash \texttt{ifz t then u else v} \hookrightarrow \texttt{V}} \begin{array}{c}\text{si } \texttt{n} \text{ constante}\\ \text{entière} \neq 0\end{array}$$

$$\frac{(\texttt{e, x = }\langle\texttt{fix x t, e}\rangle) \vdash \texttt{t} \hookrightarrow \texttt{V}}{\texttt{e} \vdash \texttt{fix x t} \hookrightarrow \texttt{V}}$$

$$\frac{(\texttt{e, x = }\langle\texttt{t, e}\rangle) \vdash \texttt{u} \hookrightarrow \texttt{V}}{\texttt{e} \vdash \texttt{let x = t in u} \hookrightarrow \texttt{V}}$$