terme, on obtient le terme `fun x -> (x + 4)` qui exprime la fonction qui ajoute 4 à son argument. Si on substitue `y` par `z`, on obtient le terme `fun x -> (x + z)` qui exprime la fonction qui ajoute `z` à son argument. Mais si on substitue `y` par `x`, on obtient la fonction `fun x -> (x + x)` qui double son argument et non, comme on s'y attendrait, la fonction qui ajoute `x` à son argument. Pour éviter ce problème, il faut se rappeler que les variables liées sont muettes : leur nom n'importe pas, autrement dit, dans le terme `fun x -> (x + y)`, on peut remplacer la variable liée `x` par n'importe quelle autre variable, sauf, bien entendu, `y`. Ainsi, quand on substitue dans un terme `u` des variables x_1, ..., x_n par des termes t_1, ..., t_n, on peut changer le nom des variables liées dans `u` en prenant des noms qui n'apparaissent ni parmi x_1, ..., x_n, ni parmi les variables de t_1, ..., t_n, ni parmi les variables de `u`, afin d'éviter ces problèmes.

On commence donc par définir une relation d'équivalence sur les termes, par récurrence sur leur hauteur : la relation d'*équivalence alphabétique* — ou *α-équivalence* — qui est le changement de nom des variables liées

- $x \sim x$,
- $f(y^1_1 \dots y^1_{k_1}\ t_1, \dots, y^n_1 \dots y^n_{k_n}\ t_n)$
  $$\sim f(y'^1_1 \dots y'^1_{k_1}\ t'_1, \dots, y'^n_1 \dots y'^n_{k_n}\ t'_n)$$
  si pour tout `i`, et pour toute suite de variables distinctes z_1, ..., z_{k_i} qui n'apparaissent pas dans t_i ni dans t'_i $\langle z_1/y^i_1, \dots, z_{k_i}/y^i_{k_i}\rangle t_i \sim \langle z_1/y'^i_1, \dots, z_{k_i}/y'^i_{k_i}\rangle t'_i$.

Par exemple, les termes `fun x -> x + z` et `fun y -> y + z` sont α-équivalents.

Désormais nous ne considérerons plus les termes que *à α-équivalence près*, c'est-à-dire que nous considérons implicitement des classes d'α-équivalence de termes.

On peut maintenant définir l'opération de substitution par récurrence sur la hauteur des termes

- $\theta x_i = t_i$,
- $\theta x = x$ si `x` n'est pas dans le domaine de θ,
- $\theta f(y^1_1 \dots y^1_{k_1}\ u_1, \dots, y^n_1 \dots y^n_{k_n}\ u_n) =$
  $f(z^1_1 \dots z^1_{k_1}\ \theta\langle z^1_1/y^1_1, \dots, z^1_{k_1}/y^1_{k_1}\rangle u_1, \dots,$
  $$z^n_1 \dots z^n_{k_n}\ \theta\langle z^n_1/y^n_1, \dots, z^n_{k_n}/y^n_{k_n}\rangle u_n)$$
  où z^1_1, ..., $z^1_{k_1}$, ..., z^n_1, ..., $z^n_{k_n}$ sont des variables qui n'apparaissent pas dans $f(y^1_1 \dots y^1_{k_1}\ u_1, \dots, y^n_1 \dots y^n_{k_n}\ u_n)$ ni dans θ.

Par exemple, quand on substitue la variable `y` par le terme `2 * x` dans le terme `fun x -> x + y`, on obtient le terme `fun z -> z + (2 * x)`. Le choix de la variable `z` est arbitraire, on aurait pu tout aussi bien choisir `v` ou `w` ce qui nous aurait donné le même terme, à α-équivalence près.

La *composition* de deux substitutions $\theta = t_1/x_1 \dots t_n/x_n$ et $\sigma = u_1/y_1 \dots u_p/y_p$ est la substitution

$$\theta \circ \sigma = \{\theta(\sigma z)/z \mid z \in \{x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_p\}\}$$

On démontre, par récurrence structurelle sur `t` que pour tout terme `t`

$$(\theta \circ \sigma)t = \theta(\sigma t)$$