d'où on tire

$$4\arctan(\frac{1}{5}) - \frac{\pi}{4} = \arctan(\frac{1}{239})$$

c'est-à-dire

$$\pi = 16\arctan(\frac{1}{5}) - 4\arctan(\frac{1}{239})$$

$$\pi = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{16(-1)^i}{5^{2i+1}(2i+1)} - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4(-1)^i}{239^{2i+1}(2i+1)}$$

Cette série, qui converge beaucoup plus rapidement que $\pi = 4\arctan(1)$, car les nombres $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{239}$ sont plus petits que 1, a été utilisée en 1706 par John Machin pour calculer les cent premières décimales de $\pi$.

Soit

$$\hat{\pi} = 10^{-104}(\sum_{i=0}^{71}(-1)^i \lfloor \frac{10^{104}16}{5^{2i+1}(2i+1)} \rfloor - \sum_{i=0}^{20}(-1)^i \lfloor \frac{10^{104}4}{239^{2i+1}(2i+1)} \rfloor)$$

où $\lfloor x \rfloor$ est la partie entière de $x$. Montrer que

$$|\pi - \hat{\pi}| \leq 10^{-101}$$

Montrer que, si la cent unième décimale de $\hat{\pi}$ n'est ni un 0 ni un 9, alors les cent premières décimales de $\pi$ et $\hat{\pi}$ sont les mêmes.

3. Écrire un programme en Java qui calcule $\hat{\pi}$. Quelle est sa cent unième décimale ? Quelles sont les cent premières décimales de $\pi$ ?

### 4.5.4 Les tableaux de tableaux

Pour indicer des n-uplets par des couples ou des triplets d'entiers, typiquement pour représenter des matrices, une possibilité est de construire un tableau dont les éléments sont eux-mêmes des tableaux. Ainsi, l'élément d'indice `(i,j)` du tableau `t` s'écrit `t[i][j]`. Un tel tableau a le type `T [][]`.

L'allocation d'un tel tableau à entrées multiples se fait cependant en une seule opération

```
int [][] t = new int [20][20];
```

#### Exercice 4.7

Le *jeu de la vie* est un jeu inventé par John Conway en 1970. Sur un damier carré, on dispose des créatures de manière aléatoire. La population évolue d'un état au suivant selon les règles suivantes.