

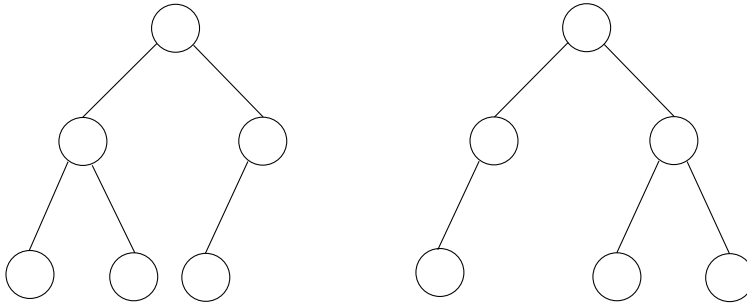
Le temps nécessaire pour le retrouver est indépendant de la taille de l'arbre.

La suppression de l'élément maximal n'est pas difficile non plus et illustre le mécanisme de promotion dans une structure hiérarchique : le chef meurt, le meilleur des sous-chefs devient chef, le meilleur des sous-sous-chefs du sous-chef devenu chef devient sous-chef, ... Le temps nécessaire pour supprimer cet élément est proportionnel à la hauteur de l'arbre.

L'insertion se fait de manière similaire, on ajoute le nouvel élément à n'importe quelle place vide, puis on le permute avec son parent s'il lui est supérieur, puis avec son nouveau parent, ... Le temps nécessaire pour insérer un élément est proportionnel à la hauteur de l'arbre.

### 9.4.2 Les arbres partiellement ordonnés équilibrés

Encore une fois, pour que ces opérations d'insertion et de suppression soient logarithmiques, il faut équilibrer l'arbre. Ici, contrairement au cas des arbres de recherche, il est possible de se débrouiller pour que l'arbre soit toujours de taille minimale, et même qu'il soit *tassé*, c'est-à-dire que les nœuds du dernier niveau soient le plus à gauche possible. Par exemple, le premier des arbres ci-dessous est tassé mais pas le second, bien qu'il soit de hauteur minimale.



Pour définir plus précisément cette notion d'arbre tassé, on peut introduire une numérotation des nœuds d'un arbre. Si  $a$  est un arbre, on désigne un nœud d'un arbre par une expression de la forme  $a.gauche.droite.gauche.gauche$ . La suite de champs *gauche droite gauche gauche* peut se lire comme un nombre binaire en remplaçant *gauche* par 0 et *droite* par 1 et en ajoutant un 1 au début de la suite pour éviter qu'elle commence par un 0. Ainsi, on associe un nombre entier différent à chaque nœud de l'arbre : on associe le nombre 1 à la racine et les nombres  $2^n$  et  $2^n + 1$  aux enfants gauche et droit du nœud associé au nombre  $n$ . Et un arbre est *tassé* si les numéros de ses nœuds forment un intervalle de la forme  $1 \dots n$ .