qui donne le terme $f(\omega)$ lui-même, mais aussi effectuer la réduction à la racine, ce qui donne le terme irréductible a.

Définition 4.8 (Confluence)

Une relation binaire R est dite *confluente* si à chaque fois que $t\ R^*\ u$ et $t\ R^*\ v$, il existe un w tel que $u\ R^*\ w$ et $v\ R^*\ w$.

Quand la relation $\rhd$ est confluente, alors un terme u se réduit en au plus un terme irréductible : si $t \rhd^* u$ et $t \rhd^* v$ et u et v sont irréductibles, alors $u = v$. Plus généralement si t, u et v sont trois termes tels que $t \rhd^* u$ et $t \rhd^* v$ et v est irréductible, alors $u \rhd^* v$. En revanche, comme nous l'avons vu avec le terme $f(\omega)$ ci-avant, il se peut qu'une manière de réduire le terme aboutisse à un terme irréductible et une autre non.

Définition 4.9 (Ensemble de règles orthogonal)

Un ensemble $\mathcal{R}$ de règles de réécriture est *orthogonal* si

- si $l \longrightarrow r$ est une règle de réécriture de $\mathcal{R}$, alors toutes les variables de r apparaissent dans l,
- si $l \longrightarrow r$ est une règle de réécriture de $\mathcal{R}$, alors chaque variable x a au plus une occurrence dans l,
- – si $l \longrightarrow r$ et $l' \longrightarrow r'$ sont deux règles de réécriture de $\mathcal{R}$ distinctes, et l'' est un sous-terme de l' distinct d'une variable, alors pour toute substitution σ et τ, $\sigma l \neq \tau l''$,
  - si $l \longrightarrow r$ est une règle de réécriture de $\mathcal{R}$, et l'' est un sous-terme de l distinct d'une variable et de l, alors pour toute substitution σ et τ, $\sigma l \neq \tau l''$.

Exercice 4.2

L'ensemble formé de la règle

$$c \longrightarrow x$$

est-t-il orthogonal ?

Montrer que le terme c se réduit en deux termes irréductibles distincts.

Exercice 4.3

L'ensemble formé des règles

$$g(h(x)) \longrightarrow a$$