- si t est le numéro d'un terme de la forme $App^n(u, v_1, \ldots, v_n)$, alors si les termes $v_1, \ldots, v_n$ sont de la forme $\underline{p_1}, \ldots, \underline{p_n}$, on pose $F_2(t) = F_1(t)$ sinon, soit v_i le premier terme qui n'est pas de la forme $\underline{p}$ et v' le terme de numéro $F_2(\ulcorner v_i \urcorner)$, on pose

$$F_2(t) = \ulcorner App^n(u, v_1, \ldots, v_{i-1}, v', v_{i+1}, \ldots, v_n) \urcorner$$

- sinon, si t est le numéro d'un terme de la forme $M^{n+1}(u, v_1, \ldots, v_n, w)$, on pose $F_2(t) = F_1(t)$,
- sinon, si t est le numéro d'un terme de la forme $Ifz(u, v, w)$, alors si le terme u est de la forme $\underline{p}$, on pose $F_2(t) = F_1(t)$, sinon soit u' le terme de numéro $F_2(\ulcorner u \urcorner)$, on pose $F_2(t) = \ulcorner Ifz(u', v, w)) \urcorner$,
- sinon, on pose $F_2(t) = 0$.

Pour définir l'interpréteur F, il suffit maintenant d'itérer la fonction F_2 sur un terme t jusqu'à obtenir un terme de la forme $\underline{q}$. Pour cela nous définissons successivement une fonction F_3 qui itère la fonction F_2 p fois, une fonction F_4 qui indique si $F_3(t, p)$ est de la forme $\underline{q}$ ou non, une fonction F_5 qui indique le nombre d'étapes nécessaires pour obtenir un tel terme et, enfin, la fonction F.

Définition 3.15 (L'interpréteur)

Soit F_3 la fonction calculable telle que $F_3(t, p) = F_2^p(t)$. Cette fonction est définie par récurrence par

$$F_3(t, 0) = t$$

$$F_3(t, p+1) = F_2(F_3(t, p))$$

Soit F_4 la fonction calculable telle que $F_4(t, n) = 0$ si $F_3(t, n)$ est le numéro d'un terme de la forme $\underline{q}$ et $F_4(t, n) = 1$ sinon. Cette fonction est définie par composition entre F_3 et la fonction qui vaut 0 sur les numéros des termes de la forme $\underline{q}$ et 1 ailleurs. Soit F_5 la fonction calculable telle que $F_5(t)$ soit le nombre d'étapes nécessaires pour calculer t, $F_5(t)$ est défini par minimisation comme le plus petit entier p tel que $F_4(t, p) = 0$. Soit F la fonction calculable définie par $F(t) = F_3(t, F_5(t))$. Soit, enfin, G^n la fonction calculable qui à t et $p_1, \ldots, p_n$ associe l'entier q tel que $\ulcorner \underline{q} \urcorner = F(\ulcorner App^n(t, \underline{p_1}, \ldots, \underline{p_n}) \urcorner)$.

Si $F_3(t, n)$ n'est jamais le numéro d'un terme exprimant un entier, c'est-à-dire si les itérations de F_2 se poursuivent à l'infini, alors F_5 et F ne sont pas définies en t : l'interpréteur ne termine pas sur un programme qui ne termine pas.