égal à q tel que $f(p_1, \dots, p_n, r) = 0$ où f est la fonction calculée par le programme u. La valeur du terme $\mathit{Ifz}(\underline{p}, v, w)$ est la valeur du terme v si $p = 0$ et celle du terme w sinon.

Nous commençons par définir une fonction F_1 qui associe, à chaque numéro d'un terme de la forme $\mathit{App}^n(u, \underline{p_1}, \dots, \underline{p_n})$, $M^{n+1}(u, v_1, \dots, v_n, w)$ ou $\mathit{Ifz}(\underline{p}, v, w)$, le numéro d'un terme un peu plus calculé.

Définition 3.13 (Une étape de calcul à la racine)

La fonction calculable F_1 est définie par cas

- si t est le numéro d'un terme de la forme $\mathit{App}^n(u, \underline{p_1}, \dots, \underline{p_n})$, alors
  - si u est de la forme π_i^n, on pose $F_1(t) = \ulcorner \underline{p_i} \urcorner$,
  - sinon, si u est de la forme Z^n, on pose $F_1(t) = \ulcorner \underline{0} \urcorner$,
  - sinon, si $u = \mathit{Succ}$, on pose $F_1(t) = \ulcorner S(\underline{p_1}) \urcorner$, c'est-à-dire $\ulcorner S \urcorner; (\ulcorner \underline{p_1} \urcorner; 0)$, ou encore $\ulcorner S \urcorner; (\mathit{hd}(\mathit{tl}(\mathit{tl}(t))); 0)$,
  - sinon, si $u = +$, alors on pose $F_1(t) = \ulcorner \underline{p_1 + p_2} \urcorner$,
  - sinon, si $u = \times$, alors on pose $F_1(t) = \ulcorner \underline{p_1 \times p_2} \urcorner$,
  - sinon, si $u = \chi_\leq$, alors on pose $F_1(t) = \ulcorner \underline{\chi_\leq(p_1, p_2)} \urcorner$,
  - sinon, si u est de la forme $\circ_m^n(w, v_1, \dots, v_m)$, on pose

    $$F_1(t) = \ulcorner \mathit{App}^m(w, \mathit{App}^n(v_1, \underline{p_1}, \dots, \underline{p_n}), \dots, \mathit{App}^n(v_m, \underline{p_1}, \dots, \underline{p_n})) \urcorner$$

  - sinon, si u est de la forme $\mu^n(v)$, on pose

    $$F_1(t) = \ulcorner M^{n+1}(v, \underline{p_1}, \dots, \underline{p_n}, \underline{0}) \urcorner$$

- sinon, si t est le numéro d'un terme de la forme $M^{n+1}(u, v_1, \dots, v_n, w)$, on pose

  $$F_1(t) = \ulcorner \mathit{Ifz}(\mathit{App}^{n+1}(u, v_1, \dots, v_n, w), w, M^{n+1}(u, v_1, \dots, v_n, S(w))) \urcorner$$

- sinon, si t est le numéro d'un terme de la forme $\mathit{Ifz}(\underline{p}, v, w)$, alors on pose $F_1(t) = \ulcorner v \urcorner$, si $p = 0$ et $F_1(t) = \ulcorner w \urcorner$ sinon,
- sinon, on pose $F_1(t) = 0$.

La fonction F_1 permet d'effectuer une étape de calcul dans un terme de la forme $\mathit{App}^n(u, v_1, \dots, v_n)$ dans le cas où les termes $v_1, \dots, v_n$ sont des entiers $\underline{p_1}, \dots, \underline{p_n}$. Si, maintenant, ces termes demandent eux-mêmes à être calculés, la fonction F_2 effectue une étape de calcul dans l'un de ces termes.

Définition 3.14 (Une étape de calcul)

La fonction calculable F_2 est définie par récurrence bien fondée