Proposition 3.8

La fonction sub, qui, à deux entiers p et n, associe le numéro de l'unique liste de numéro p, privée de ses n premiers éléments, si cette liste a au moins n éléments, et le numéro de la liste vide, c'est-à-dire 0, sinon, est calculable.

Démonstration. Cette fonction est définie par

$$sub(p, 0) = p$$

$$sub(p, n + 1) = tl(sub(p, n))$$

Proposition 3.9

La fonction *length*, qui, à un entier p, associe la longueur de la liste de numéro p, est calculable.

Démonstration. La longueur d'une liste p est le plus petit entier n tel que $sub(p, n) = 0$.

Proposition 3.10

La fonction *nth*, qui, à deux entiers n et p, associe le n-ième élément de la liste de numéro p, si cet élément existe, et l'entier 0 sinon, est calculable.

Démonstration. Cette fonction est définie par $nth(p, n) = hd(sub(p, n))$.

Le schéma de définition par récurrence de la définition 3.1 peut sembler, à première vue, restrictif car, pour définir la valeur de h en $y + 1$, on peut utiliser uniquement la valeur de h en y et non toutes les valeurs de h en z, pour $z < y + 1$. Ainsi, il n'est pas immédiat que la fonction de Fibonacci définie par récurrence bien fondée par $f(0) = f(1) = 1$ et $f(n + 2) = f(n) + f(n + 1)$ soit calculable.

Cependant, il n'est pas difficile de montrer que, si une fonction f est ainsi définie par récurrence bien fondée, la fonction F qui à x associe $\ulcorner f(0), f(1), \ldots, f(x) \urcorner$ peut être définie par récurrence ordinaire et donc que F, et donc f, sont calculables.