

3

Les fonctions calculables

Nous nous intéressons dans ce chapitre à des algorithmes qui prennent en argument des entiers p_1, \dots, p_n et calculent un entier q . À chacun de ces algorithmes, on peut associer la fonction de \mathbb{N}^n dans \mathbb{N} , qui, aux entiers p_1, \dots, p_n , associe l'entier q . Une telle fonction, associée à un algorithme, est dite *calculable*. Cette notion de fonction calculable, qui abstrait et simplifie celle d'algorithme, se révèle être la notion importante quand on étudie les limites du calcul. Avant d'introduire, au chapitre 4, une vision plus opérationnelle du calcul, nous commençons, dans ce chapitre, par cette notion de fonction calculable.

3.1 Les fonctions calculables

Soit F_n l'ensemble des fonctions partielles de \mathbb{N}^n dans \mathbb{N} et F la réunion des F_n .

Définition 3.1 (Fonction calculable)

L'ensemble des *fonctions calculables* est le sous-ensemble de F inductivement défini comme le plus petit ensemble contenant

- les projections

$$x_1, \dots, x_n \mapsto x_i$$