$A \vee \neg A$ du séquent à démontrer par la conclusion A ou la conclusion $\neg A$, mais, ce faisant, elle détruit la proposition $A \vee \neg A$. L'utilisation de la règle *double négation* et de la règle $\neg$-intro peut se comprendre comme un moyen de protéger cette proposition, en en mettant une copie en mémoire, sous la forme de l'hypothèse $\neg(A \vee \neg A)$. On peut ensuite utiliser cette hypothèse autant de fois que l'on veut en la faisant réapparaître dans la conclusion du séquent avec les règles $\neg$-élim et *axiome*. Dans cette démonstration, on utilise cette proposition deux fois, de manière à utiliser deux fois la règle $\vee$-intro et obtenir la première fois $\neg A$ et A la seconde. La conclusion $\neg A$ se transforme en l'hypothèse A et, comme on a l'hypothèse et la conclusion A, on peut conclure avec la règle *axiome*.

Une alternative est de laisser la proposition $A \vee \neg A$ comme une conclusion du séquent, mais cela demande de considérer des séquents dans lesquels il y a, non seulement plusieurs hypothèses, mais aussi plusieurs conclusions et une règle qui permet de dupliquer une conclusion

$$\frac{\Gamma \vdash A, A, \Delta}{\Gamma \vdash A, \Delta} \text{ contraction}$$

Cela demande en outre que les séquents soient définis, non comme des couples d'ensembles finis, mais comme des couples de multiensembles finis.

Intuitivement, une proposition dans les conclusions d'un séquent joue le même rôle que sa négation dans les hypothèses de ce séquent. Ainsi, si la virgule qui sépare deux hypothèses dans un séquent peut être considérée comme une sorte de *et*, celle qui sépare deux conclusions doit, quant à elle, être considérée comme une sorte de *ou*.

La démonstration ci-avant peut alors se réécrire

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overline{\Gamma, A \vdash \bot, A} \text{ axiome}}{\Gamma, A \vdash \bot, A \vee \neg A} \text{ $\vee$-intro}}{\Gamma \vdash \neg A, A \vee \neg A} \text{ $\neg$-intro}}{\Gamma \vdash A \vee \neg A, A \vee \neg A} \text{ $\vee$-intro}}{\Gamma \vdash A \vee \neg A} \text{ contraction}$$

Cela mène à la définition alternative de la déduction naturelle.

Définition 1.37 (Les règles du système D')

$$\overline{\Gamma \vdash A, \Delta} \text{ axiome } A \in \Gamma$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, A, \Delta}{\Gamma \vdash A, \Delta} \text{ contraction}$$