Démontrer les propositions

$$\forall p\ (\mathit{Vide}[p] \Rightarrow (p, a) \in G)$$

$$\forall p \forall p' \forall x \forall x'\ ((p \in n \wedge (p, x) \in G \wedge \mathit{Succ}[p, p'] \wedge x, x'\ \epsilon_2\ r) \Rightarrow (p', x') \in G))$$

En déduire la proposition

$$\forall x\ (A[n, x] \Rightarrow (n, x) \in G)$$

Démontrer la proposition

$$\forall n \forall x \forall y\ (((n, x) \in G \wedge (n, y) \in G) \Rightarrow x = y)$$

Démontrer la proposition

$$\forall n \forall x \forall y\ ((A[n, x] \wedge A[n, y]) \Rightarrow x = y)$$

Soit C le sous-ensemble de $\mathbb{N}$ contenant les n tels que $\forall p \forall x \forall y\ ((p \in n \wedge A[p, x] \wedge A[p, y]) \Rightarrow x = y)$. Montrer que l'ensemble C contient 0 et qu'il est clos par successeur. Montrer qu'il contient tous les entiers. En déduire

$$\forall n \forall x \forall y\ ((A[n, x] \wedge A[n, y]) \Rightarrow x = y)$$

3. Soit s la classe binaire définie en compréhension par la proposition A. Montrer que la classe binaire s est fonctionnelle. Soit E l'image de $\mathbb{N}$ par s, construite avec l'axiome de remplacement. Montrer les propositions

$$a \in E$$

$$\forall y \forall y'\ ((y \in E \wedge y, y'\ \epsilon_2\ r) \Rightarrow y' \in E)$$

1.6 Variations sur le tiers exclu

Le principe du tiers exclu, que nous avons exprimé par la règle

$$\frac{}{\Gamma \vdash A \vee \neg A}\ \text{tiers exclu}$$

peut s'exprimer de nombreuses manières alternatives.