Quand on a, de plus, des variables liées, l'arité d'un symbole f est une suite finie $((s^1_1, \ldots, s^1_{k_1}, s'^1), \ldots, (s^n_1, \ldots, s^n_{k_n}, s'^n), s'')$ qui indique que le symbole f a n arguments, que le premier est de sorte s'^1 et qu'il lie k_1 variables de sortes s^1_1, …, $s^1_{k_1}$, …, et que l'expression formée est elle-même de la sorte s''.

Les expressions se définissent alors ainsi.

Définition 1.11 (Expression d'un langage)

Soit $\mathcal{L}$ un langage, c'est-à-dire un ensemble de symboles, chacun muni d'une arité, et une famille d'ensembles infinis et disjoints indexée par les sortes dont les éléments sont appelés *variables*. L'ensemble des expressions de $\mathcal{L}$ est inductivement par les règles suivantes.

- Les variables de sorte s sont des expressions de sorte s.
- Si f est un symbole d'arité $((s^1_1, \ldots, s^1_{k_1}, s'^1), \ldots, (s^n_1, \ldots, s^n_{k_n}, s'^n), s'')$, x^1_1, …, $x^1_{k_1}$, …, x^n_1, …, $x^n_{k_n}$ sont des variables de sortes s^1_1, …, $s^1_{k_1}$, …, s^n_1, …, $s^n_{k_n}$ et t_1, …, t_n sont des expressions de sortes s'^1, …, s'^n alors $f(x^1_1 \ldots x^1_{k_1} t_1, \ldots, x^n_1 \ldots x^n_{k_n} t_n)$ est une expression de sorte s''.

Définition 1.12 (Variable d'une expression)

L'ensemble des *variables* d'une expression est défini par récurrence structurelle de la manière suivante

- $Var(x) = \{x\}$,
- $Var(f(x^1_1 \ldots x^1_{k_1} t_1, \ldots, x^n_1 \ldots x^n_{k_n} t_n))$
  $= Var(t_1) \cup \{x^1_1, \ldots, x^1_{k_1}\} \cup \cdots \cup Var(t_n) \cup \{x^n_n, \ldots, x^n_{k_n}\}$.

Définition 1.13 (Variable libre d'une expression)

L'ensemble des *variables libres* d'une expression est défini par récurrence structurelle de la manière suivante

- $VL(x) = \{x\}$,
- $VL(f(x^1_1 \ldots x^1_{k_1} t_1, \ldots, x^n_1 \ldots x^n_{k_n} t_n))$
  $= (VL(t_1) \setminus \{x^1_1, \ldots, x^1_{k_1}\}) \cup \cdots \cup (VL(t_n) \setminus \{x^n_n, \ldots, x^n_{k_n}\})$.

Par exemple, $Var(\forall x\ (x = x)) = \{x\}$, mais $VL(\forall x\ (x = x)) = \varnothing$.

Une expression sans variables libres est dite *close*.

Définition 1.14 (Hauteur d'une expression)

La *hauteur* d'une expression est définie par récurrence structurelle de la manière