

un terme dans un ensemble infini. On introduit donc un autre ensemble de règles appelé *règles de résolution*.

Soit  $E$  un ensemble de clauses, on considère l'ensemble de clauses  $G$  inductivement défini par les deux règles suivantes

- si  $C$  appartient à  $E$ , alors  $C$  appartient à  $G$ ,
- si  $C \cup \{A_1, \dots, A_n\}$  et  $C' \cup \{\neg B_1, \dots, \neg B_m\}$  sont deux clauses de  $G$  dans lesquelles on a renommé les variables de manière à ce qu'elles ne partagent pas de variables, et  $\sigma$  est une solution principale du problème d'unification  $A_1 = \dots = A_n = B_1 = \dots = B_m$ , alors la clause  $\sigma(C \cup C')$  appartient à  $G$ .

On écrit  $E \hookrightarrow C$  pour exprimer que  $C$  appartient à l'ensemble  $G$ .

Soit  $E$  l'ensemble de clause de la question (1.). Donner une dérivation de  $E \hookrightarrow \emptyset$ .

Soit  $E$  l'ensemble de clauses. Montrer que si  $E \hookrightarrow D$ , alors  $E \rightsquigarrow D$ . Montrer que si  $E \hookrightarrow \emptyset$ , alors  $E \rightsquigarrow \emptyset$ .

Montrer que s'il existe un ensemble  $E'$  contenant des clauses de la forme  $\sigma C$ , où  $C$  est une clause de  $E$  et  $\sigma$  une substitution, tel que  $E' \rightsquigarrow D'$ , alors il existe une clause  $D$  et une substitution  $\tau$  telle que  $E \hookrightarrow D$  et  $D' = \tau D$ . Montrer que si  $E \rightsquigarrow \emptyset$ , alors  $E \hookrightarrow \emptyset$ .

Soit  $E$  un ensemble de clauses. Montrer que  $E \rightsquigarrow \emptyset$  si et seulement si  $E \hookrightarrow \emptyset$ .

Soit  $A$  une proposition et  $C_1, \dots, C_n$  un ensemble de clauses, tel que le séquent  $\vdash A$  soit démontrable si et seulement si le séquent  $\bar{\forall} C_1, \dots, \bar{\forall} C_n \vdash$  est démontrable. Montrer que le séquent  $\vdash A$  est démontrable si et seulement si  $C_1, \dots, C_n \hookrightarrow \emptyset$ .

6. Écrire un programme de recherche de démonstrations utilisant la résolution.