démontrable et le séquent $\Gamma \vdash A, \Delta$ est démontrable si et seulement si le séquent $\Gamma \vdash A', \Delta$ est démontrable.

2. Montrer que, si x n'est pas une variable libre de B, les propositions $((\forall x\ A) \wedge B) \Leftrightarrow \forall x\ (A \wedge B)$, $(B \wedge (\forall x\ A)) \Leftrightarrow \forall x\ (B \wedge A)$, $((\exists x\ A) \wedge B) \Leftrightarrow \exists x\ (A \wedge B)$, $(B \wedge (\exists x\ A)) \Leftrightarrow \exists x\ (B \wedge A)$, $((\forall x\ A) \vee B) \Leftrightarrow \forall x\ (A \vee B)$, $(B \vee (\forall x\ A)) \Leftrightarrow \forall x\ (B \vee A)$, $((\exists x\ A) \vee B) \Leftrightarrow \exists x\ (A \vee B)$, $(B \vee (\exists x\ A)) \Leftrightarrow \exists x\ (B \vee A)$, $((\forall x\ A) \Rightarrow B) \Leftrightarrow \exists x\ (A \Rightarrow B)$, $(B \Rightarrow (\forall x\ A)) \Leftrightarrow \forall x\ (B \Rightarrow A)$, $((\exists x\ A) \Rightarrow B) \Leftrightarrow \forall x\ (A \Rightarrow B)$, $(B \Rightarrow (\exists x\ A)) \Leftrightarrow \exists x\ (B \Rightarrow A)$, $(\neg(\forall x\ A)) \Leftrightarrow \exists x\ \neg A$ et $(\neg(\exists x\ A)) \Leftrightarrow \forall x\ \neg A$ sont démontrables.

   Montrer que, pour toute proposition A, il existe une proposition prénexe A', telle que la proposition $A \Leftrightarrow A'$ soit démontrable.

   Montrer que le séquent $\vdash A$ est démontrable si et seulement si le séquent $\vdash A'$ est démontrable.

3. On rappelle que, d'après la proposition 1.7, le séquent $\vdash A$ est démontrable si et seulement si le séquent $\vdash \neg\neg A$ est démontrable.

   Montrer que le séquent $\vdash A$ est démontrable si et seulement si le séquent $\neg A \vdash$ est démontrable.

   Montrer que, pour toute proposition A, il existe une proposition prénexe A', telle que le séquent $A' \vdash$ soit démontrable si et seulement si le séquent $\vdash A$ est démontrable.

4. Montrer que, pour toute proposition A, il existe une proposition universelle A', telle que le séquent $A' \vdash$ soit démontrable si et seulement si le séquent $\vdash A$ est démontrable. Indice : utiliser le théorème de Skolem 2.3.

   Montrer que, pour toute proposition A, il existe une proposition existentielle A', telle que le séquent $\vdash A'$ soit démontrable si et seulement si le séquent $\vdash A$ est démontrable.

Exercice 6.3 (Transformer le séquent : les connecteurs)

Cet exercice demande d'avoir fait l'exercice 6.2.

1. Montrer que les propositions $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$, $(\neg\top) \Leftrightarrow \bot$, $(\neg\bot) \Leftrightarrow \top$, $(\neg(A \wedge B)) \Leftrightarrow ((\neg A) \vee (\neg B))$, $(\neg(A \vee B)) \Leftrightarrow ((\neg A) \wedge (\neg B))$ et $(\neg\neg A) \Leftrightarrow A$ sont démontrables.

   Montrer que, pour toute proposition sans quantificateurs A, il existe une proposition A' sans quantificateurs, qui ne contient pas le symbole $\Rightarrow$ et dans laquelle la négation n'est appliquée qu'à des propositions atomiques, telle que la proposition $A \Leftrightarrow A'$ soit démontrable.

2. Montrer que les propositions $((A \wedge B) \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge (B \wedge C))$, $((A \vee B) \vee C) \Leftrightarrow (A \vee (B \vee C))$, $(A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$, $((A \wedge B) \vee C) \Leftrightarrow$