

Définition 6.6

Un *problème d'unification* est un système d'équations de la forme $t = u$. Une solution d'un tel problème est une substitution σ telle que pour toute équation $t = u$ du problème, les termes σt et σu sont identiques.

On résout les problèmes d'unification en utilisant l'algorithme d'unification de Robinson, qui rappelle, par certains aspects, l'algorithme du pivot de Gauss.

Définition 6.7 (L'algorithme d'unification de Robinson)

On choisit une équation dans le système.

- Si cette équation a la forme $f(t_1, \dots, t_n) = f(u_1, \dots, u_n)$ où f est un symbole de prédicat, un symbole de fonction ou une variable, on la remplace par les équations $t_1 = u_1, \dots, t_n = u_n$ et on résout le système obtenu.
- Si cette équation a la forme $f(t_1, \dots, t_n) = g(u_1, \dots, u_m)$ où f et g sont des symboles différents, on échoue.
- Si cette équation a la forme $X = X$, on la supprime du système et on résout le système obtenu.
- Si cette équation a la forme $X = t$ ou $t = X$, où X apparaît dans t et est distinct de t , on échoue.
- Si cette équation a la forme $X = t$ ou $t = X$ et que X n'apparaît pas dans t , on substitue X par t dans le reste du système, on résout le système obtenu, ce qui donne une substitution σ et on retourne la substitution $\sigma \cup \{\sigma t/X\}$.

La seule subtilité est dans le quatrième cas : une équation de la forme $X = f(X)$, par exemple, ne peut pas avoir de solution. Si elle en avait une, par exemple le terme u , celui-ci devrait être égal au terme $f(u)$ et donc le nombre de symboles de ce terme devrait vérifier l'équation $n = n + 1$. Ce test s'appelle le *test d'occurrence*, il est essentiel pour assurer la terminaison de l'algorithme d'unification. En effet, dans le cinquième cas, la terminaison est assurée par le fait que la variable X disparaît quand on substitue X par t et donc que l'algorithme est récursivement appelé sur un système qui comporte moins de variables. Cet algorithme d'unification termine donc toujours. Il échoue si le système d'équations n'a pas de solution et il retourne une solution si le système en a une.

Il se peut qu'un problème d'unification ait plusieurs solutions. Par exemple, l'équation $X = f(Y)$ a, entre autres substitutions, les solutions

$$f(c)/X, c/Y$$