Par exemple, l'arbre

$$\dfrac{\overline{P(f(f(c))) \vdash P(f(X))}\ \text{axiome'}}{P(f(f(c))) \vdash \exists x\ P(f(x))}\ \exists\text{-droite}$$

est un schéma de démonstration.

Proposition 6.7

Soit $\Gamma \vdash \Delta$ un séquent et h un entier. Le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ a un nombre fini de schémas de démonstration de hauteur inférieure à h.

Démonstration. Par récurrence sur h.

Définition 6.4

Si σ est une substitution et Γ un multiensemble de propositions, le multiensemble $\sigma\Gamma$ est obtenu en appliquant la substitution σ à chaque élément de Γ.

Si σ est une substitution et π est une démonstration ou un schéma de démonstration, la démonstration ou le schéma de démonstration $\sigma\pi$ est obtenu en appliquant la substitution σ à chaque nœud de π.

Définition 6.5

Une substitution σ qui associe des termes $t_1, \ldots, t_n$ à des métavariables $X_1, \ldots, X_n$ ***parfait*** un schéma de démonstration π si l'arbre $\sigma\pi$ est une démonstration dans le calcul des séquents sans coupures et dans laquelle la règle *axiome* est restreinte aux séquents dont toutes les propositions sont atomiques, c'est-à-dire si

- pour chaque séquent $\Gamma \vdash \Delta$, démontré à l'aide de la règle *axiome'*, les multiensembles $\sigma\Gamma$ et $\sigma\Delta$ ont une proposition en commun
- et pour chaque utilisation des règle $\exists$-gauche ou $\forall$-droite dans π, la condition de fraîcheur des variables est vérifiée dans $\sigma\pi$, cela signifie que quand un nœud de π a la forme

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \forall x\ A, \Delta}\ \forall\text{-droite}$$

ou

$$\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \exists x\ A \vdash \Delta}\ \exists\text{-gauche}$$