

- Si la dernière règle de π est la règle *axiome*, alors le multiensemble Δ contient la proposition A . Le séquent $\Gamma' \vdash A^m, \Delta'$ a une démonstration et, d'après la proposition 6.1, le séquent $\Gamma, \Gamma' \vdash A^m, \Delta, \Delta'$ également. À partir de cette démonstration, on construit une démonstration du séquent $\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'$ avec la règle *contraction-droite*. On procède de même si la dernière règle de π' est la règle *axiome*.
- Si la dernière règle de π ou celle de π' est une règle de contraction, on applique l'hypothèse de récurrence.
- Dans les autres cas, si la dernière règle de π est la règle \wedge -gauche, alors $A = (B \wedge C)$ et la dernière règle de π' est la règle \wedge -droite. Donc π a la forme

$$\frac{\frac{\rho}{\Gamma, A^{n-1}, B, C \vdash \Delta}}{\Gamma, A^{n-1}, B \wedge C \vdash \Delta} \wedge\text{-gauche}$$

et π' la forme

$$\frac{\frac{\rho'_1}{\Gamma' \vdash B, A^{m-1}, \Delta'} \quad \frac{\rho'_2}{\Gamma' \vdash C, A^{m-1}, \Delta'}}{\Gamma' \vdash B \wedge C, A^{m-1}, \Delta'} \wedge\text{-droite}$$

L'hypothèse de récurrence, appliquée à π et ρ'_1 , puis à π et ρ'_2 et enfin à ρ et π' donne une démonstration de $\Gamma, \Gamma' \vdash B, \Delta, \Delta'$, de $\Gamma, \Gamma' \vdash C, \Delta, \Delta'$ et de $\Gamma, \Gamma', B, C \vdash \Delta, \Delta'$. L'hypothèse de récurrence appliquée à B et C et les règles de contraction donnent une démonstration de $\Gamma, \Gamma', C \vdash \Delta, \Delta'$ puis de $\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'$.

- Si la dernière règle de π est la règle \vee -gauche, alors $A = (B \vee C)$ et la dernière règle de π' est la règle \vee -droite. Donc π a la forme

$$\frac{\frac{\rho_1}{\Gamma, A^{n-1}, B \vdash \Delta} \quad \frac{\rho_2}{\Gamma, A^{n-1}, C \vdash \Delta}}{\Gamma, A^{n-1}, B \vee C \vdash \Delta} \vee\text{-gauche}$$

et π' la forme

$$\frac{\frac{\rho'}{\Gamma' \vdash B, C, A^{m-1}, \Delta'}}{\Gamma' \vdash B \vee C, A^{m-1}, \Delta'} \vee\text{-droite}$$

L'hypothèse de récurrence, appliquée à π et ρ' , puis à ρ_1 et π' et enfin à ρ_2 et π' donne une démonstration de $\Gamma, \Gamma' \vdash B, C, \Delta, \Delta'$, de $\Gamma, \Gamma', B \vdash \Delta, \Delta'$ et de $\Gamma, \Gamma', C \vdash \Delta, \Delta'$. L'hypothèse de récurrence appliquée à B et C et les règles de contraction donnent une démonstration de $\Gamma, \Gamma' \vdash C, \Delta, \Delta'$ puis de $\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'$.