conclusion de cette règle. De ce fait, l'application d'une telle règle, lors de la recherche d'une démonstration, ne demande pas de choisir une proposition. Cependant, la règle de coupure

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta}\text{coupure}$$

que nous avons utilisée pour démontrer l'équivalence du calcul des séquents avec le système D', ne vérifie pas cette propriété, puisque la proposition A apparaît dans les prémisses de cette règle, mais pas dans sa conclusion. L'application de cette règle demande donc de choisir une proposition A.

Toutefois, comme nous allons le voir, cette règle est redondante et peut être supprimée du calcul des séquents.

Définition 6.2 (Le calcul des séquents sans coupures)

Le *calcul des séquents sans coupures* est formé des règles de la définition 6.1 sauf la règle *coupure*.

De manière évidente si un séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable dans le calcul des séquents sans coupures il est démontrable dans le calcul des séquents. Nous voulons montrer que, réciproquement, si un séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable dans le calcul des séquents, alors il est démontrable dans le calcul des séquents sans coupures. Pour cela, il suffit de montrer la proposition suivante.

Proposition 6.5

Si les séquents $\Gamma, A \vdash \Delta$ et $\Gamma \vdash A, \Delta$ sont démontrables dans le calcul des séquents sans coupures, alors le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable dans le calcul des séquents sans coupures.

Démonstration. On montre plus généralement que si les séquents $\Gamma, A^n \vdash \Delta$ et $\Gamma' \vdash A^m, \Delta'$ ont des démonstrations π et π' dans le calcul des séquents sans coupures, alors le séquent $\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'$ a une démonstration dans le calcul des séquents sans coupures. La proposition découle du cas $n = m = 1$, en utilisant les règles de contraction.

La démonstration procède par une récurrence double d'abord sur le nombre de connecteurs et quantificateurs de la proposition A, puis sur la somme des tailles des démonstrations π et π'.

On considère les dernières règles des démonstrations π et π'. Dans une première série de cas, ces deux règles sont appliquées à la proposition A, ce qui implique $n \geq 1$ et $m \geq 1$.