

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, le séquent $\Gamma', A \wedge B, A, B \vdash \perp, \Delta$ est démontrable dans le système D' . Les séquents $\Gamma', A \wedge B, B \vdash A, \perp, \Delta$ et $\Gamma', A \wedge B \vdash B, \perp, \Delta$ sont démontrables avec les règles *axiome* et \wedge -élim. Le séquent $\Gamma', A \wedge B \vdash \perp, \Delta$ est donc démontrable d'après la proposition 6.3.

– Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi_1}{\Gamma', A \vdash \Delta} \quad \frac{\pi_2}{\Gamma', B \vdash \Delta}}{\Gamma', A \vee B \vdash \Delta} \vee\text{-gauche}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, les séquents $\Gamma', A \vee B, A \vdash \perp, \Delta$ et $\Gamma', A \vee B, B \vdash \perp, \Delta$ sont démontrables dans le système D' . Le séquent $\Gamma', A \vee B \vdash \perp, \Delta$ est donc démontrable avec les règles *axiome* et \vee -élim.

– Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi_1}{\Gamma' \vdash A, \Delta} \quad \frac{\pi_2}{\Gamma', B \vdash \Delta}}{\Gamma', A \Rightarrow B \vdash \Delta} \Rightarrow\text{-gauche}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, les séquents $\Gamma', A \Rightarrow B \vdash \perp, A, B, \Delta$ et $\Gamma', A \Rightarrow B, B \vdash \perp, \Delta$ sont démontrables dans le système D' . Le séquent $\Gamma', A, A \Rightarrow B \vdash B, \perp, \Delta$ est démontrable avec les règles *axiome* et \Rightarrow -élim. Le séquent $\Gamma', A \Rightarrow B \vdash \perp, \Delta$ est donc démontrable d'après la proposition 6.3.

– Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi}{\Gamma' \vdash A, \Delta}}{\Gamma', \neg A \vdash \Delta} \neg\text{-gauche}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, le séquent $\Gamma', \neg A \vdash \perp, A, \Delta$ est démontrable dans le système D' . Le séquent $\Gamma', \neg A, A \vdash \perp, \Delta$ est démontrable avec les règles *axiome* et \neg -élim. Le séquent $\Gamma', \neg A \vdash \perp, \Delta$ est donc démontrable d'après la proposition 6.3.

– Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi}{\Gamma', (t/x)A \vdash \Delta}}{\Gamma', \forall x A \vdash \Delta} \forall\text{-gauche}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, le séquent $\Gamma', \forall x A, (t/x)A \vdash \perp, \Delta$ est démontrable dans le système D' . Le séquent $\Gamma', \forall x A \vdash (t/x)A, \perp, \Delta$ est démontrable avec les règles *axiome* et \forall -élim. Le séquent $\Gamma', \forall x A \vdash \perp, \Delta$ est donc démontrable d'après la proposition 6.3.