

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\pi}{\Gamma \vdash A, \Delta'} \vee\text{-intro}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 6.1, il existe une démonstration en calcul des séquents π' du séquent $\Gamma \vdash A, B, \Delta'$. On construit la démonstration

$$\frac{\pi'}{\Gamma \vdash A, B, \Delta'} \vee\text{-droite}$$

On procède de même pour l'autre règle \vee -intro.

- Les autres règles du système D' sont aussi des règles du calcul des séquents, leur cas est donc trivial.

Pour montrer que, réciproquement, si le séquent $\Gamma \vdash A$ est démontrable en calcul des séquents, il est démontrable dans le système D' , nous voudrions montrer que si le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable en calcul des séquents, alors il est démontrable dans le système D' . Malheureusement, cela n'est pas vrai dans le cas où Δ est vide. Nous montrons donc une proposition plus faible : si le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable en calcul des séquents, alors le séquent $\Gamma \vdash \perp, \Delta$ est démontrable dans le système D' , puis nous éliminons la proposition \perp , dans le cas où le multiensemble Δ est un singleton.

Nous commençons par montrer la proposition suivante.

Proposition 6.3

Si les séquents $\Gamma, A \vdash \Delta$ et $\Gamma \vdash A, \Delta$ sont démontrables dans le système D' , alors le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ aussi.

Démonstration. On montre, plus généralement, que si les séquents $\Gamma, \Sigma, A \vdash \Delta$ et $\Gamma \vdash A, \Delta$ sont démontrables dans le système D' , alors le séquent $\Gamma, \Sigma \vdash \Delta$ aussi. Par récurrence sur la structure de la démonstration de $\Gamma, \Sigma, A \vdash \Delta$. Tous les cas sont triviaux, sauf celui de la règle *axiome*. Dans ce cas, si la proposition commune à Γ, Σ, A et Δ est un élément de Γ, Σ , le séquent $\Gamma, \Sigma \vdash \Delta$ est démontrable avec la règle *axiome*. Si c'est A , alors, d'après la proposition 1.13, le séquent $\Gamma, \Sigma \vdash A, \Delta$ est démontrable et la proposition A étant un élément de Δ , le séquent $\Gamma, \Sigma \vdash \Delta$ est démontrable avec la règle *contraction*.