

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\pi}{\frac{\Gamma \vdash \forall x A, \Delta'}{\Gamma \vdash (t/x)A, \Delta'} \forall\text{-élim}}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 6.1, il existe une démonstration en calcul des séquents π' du séquent $\Gamma \vdash \forall x A, (t/x)A, \Delta'$. On construit la démonstration

$$\frac{\frac{\pi'}{\Gamma \vdash \forall x A, (t/x)A, \Delta'} \quad \frac{\frac{\Gamma, (t/x)A \vdash (t/x)A, \Delta'}{\Gamma, \forall x A \vdash (t/x)A, \Delta'} \text{axiome}}{\Gamma \vdash (t/x)A, \Delta'} \forall\text{-gauche}}{\Gamma \vdash (t/x)A, \Delta'} \text{coupure}$$

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi_1}{\Gamma \vdash \exists x A, \Delta'} \quad \frac{\pi_2}{\Gamma, A \vdash B, \Delta'}}{\Gamma \vdash B, \Delta'} \exists\text{-élim}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 6.1, il existe des démonstrations en calcul des séquents π'_1 et π'_2 des séquents $\Gamma \vdash \exists x A, B, \Delta'$ et $\Gamma, A \vdash B, \Delta'$. On construit la démonstration

$$\frac{\frac{\pi'_1}{\Gamma \vdash \exists x A, B, \Delta'} \quad \frac{\frac{\pi'_2}{\Gamma, A \vdash B, \Delta'}}{\Gamma, \exists x A \vdash B} \exists\text{-gauche}}{\Gamma \vdash B, \Delta'} \text{coupure}$$

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\pi}{\frac{\Gamma, A \vdash \perp, \Delta'}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta'} \neg\text{-intro}}$$

alors, par hypothèse de récurrence, il existe une démonstrations en calcul des séquents π' du séquent $\Gamma, A \vdash \perp, \Delta'$. On construit la démonstration

$$\frac{\frac{\pi'}{\Gamma, A \vdash \perp, \Delta'} \quad \frac{\Gamma, A, \perp \vdash \Delta'}{\Gamma, A \vdash \Delta'} \perp\text{-gauche}}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta'} \neg\text{-droite}$$