	P	1	P	0	P	0	1	$\wedge$	$\Rightarrow$		
	0	1	1	0							
	0										

6. Soit n le nombre de symboles de la proposition, montrer que tous les indices des symboles de proposition sont majorés par n. Montrer que la longueur de la représentation de la proposition sur une bande d'une machine de Turing est comprise entre n et $n(2 + \log_2(n))$.

   Soit E un ensemble d'arbres étiquetés par les éléments d'un ensemble fini. On dit que l'ensemble E est *dans la classe* P s'il existe une machine de Turing qui termine toujours telle que
   - pour tout arbre a, a appartient à E si et seulement si l'exécution de la machine sur l'arbre a donne le résultat 1 et
   - il existe un polynôme f tel que le nombre d'étapes de l'exécution de cette machine sur un arbre de taille p soit majoré par $f(p)$.
7. Montrer que l'ensemble des couples formés d'une proposition A et d'un modèle $\mathcal{M}$ tels que A soit valide dans $\mathcal{M}$ est dans la classe P.

Exercice 4.12

Cet exercice demande d'avoir fait l'exercice 4.11.

On étend la notion de machine de Turing en une notion de *machine de Turing non déterministe*. Pour chaque couple formé d'une suite de symboles et d'un état, la table d'une machine de Turing ordinaire prescrit une transition unique consistant à écrire une suite de symboles, évoluer vers un nouvel état et effectuer un mouvement de la tête. En revanche, pour chaque couple, la table d'une machine de Turing non déterministe spécifie un ensemble fini de transitions possibles.

La table d'une telle machine n'est donc pas une fonction qui à tout élément de $\Sigma^k \times S$ associe un élément de $\Sigma^k \times S \times \{-1, 0, +1\}$, mais une fonction qui, à tout élément de $\Sigma^k \times S$, associe une partie finie et non vide de $\Sigma^k \times S \times \{-1, 0, +1\}$.

Une configuration initiale d'une machine ordinaire détermine une unique suite de transitions, une configuration initiale d'une machine non déterministe détermine, en revanche, un ensemble de suites de transitions où, à chaque étape, la machine effectue l'une des transitions spécifiées par la table. Ces différentes suites de transitions mènent à différents résultats. Une machine de Turing non déterministe définit donc une fonction qui à des arbres $p_1, \ldots, p_n$ associe, non un arbre, mais un ensemble d'arbres.

Soit E un ensemble d'arbres étiquetés par les éléments d'un ensemble fini.