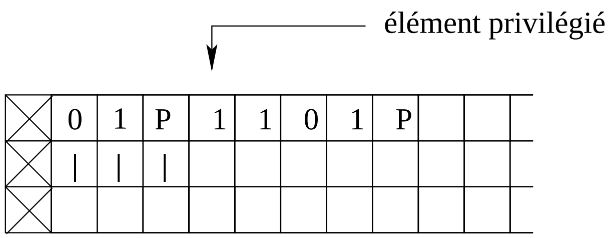
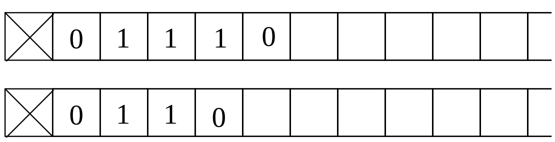
de codage perturbent cette complexité. On considère donc, dans cet exercice, des machines de Turing qui calculent directement avec des arbres. Pour cela, on considère un ensemble de symboles Σ, qui contient, outre le symbole blanc et la croix, un nombre arbitraire d'autres symboles. On peut alors représenter un arbre, appartenant à un ensemble articulé, en notation préfixe ou postfixe sur une bande d'une machine de Turing.

Si la première bande d'une machine contient une suite de symboles $u_0, u_1, \ldots$ et la deuxième bande contient un entier k représenté par k bâtons, l'ensemble des deux bandes décrit une *suite pointée de symboles*, c'est-à-dire la suite $u_0, u_1, \ldots$ dans laquelle l'élément u_k est privilégié.



1. Montrer qu'il existe une machine de Turing qui lit un entier n, écrit avec n bâtons, sur la première bande et écrit $2n$ bâtons sur la deuxième bande.
2. Montrer qu'il existe une machine de Turing qui lit un entier n écrit en binaire, le chiffre de poids faible en tête, sur la première bande, à partir de la position k indiquée par le nombre de bâtons de la deuxième bande, qui écrit n bâtons sur la troisième bande et qui ajoute des bâtons sur la deuxième bande, jusqu'au premier élément de la première qui n'est pas un chiffre binaire.
3. Montrer qu'il existe une machine de Turing qui lit une suite de 0 et de 1 sur la première bande, supprime les deux derniers symboles et écrit à la fin de la suite obtenue un 1 si ces deux derniers symboles étaient des 1 et 0 sinon.



La *logique des propositions* est le fragment de la logique des prédicats dont les propositions sont construites avec des symboles de prédicat sans arguments, appelés *symboles de proposition*, et les symboles $\top$, $\bot$, $\neg$, $\wedge$, $\vee$ et $\Rightarrow$. Un exemple est la proposition

$$P_1 \Rightarrow (P_0 \wedge P_2)$$