Théorème 4.2

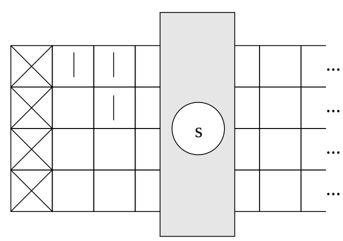
Toutes les fonctions calculables sont représentables dans le lambda-calcul.

Ce théorème a une réciproque : toutes les fonctions représentables dans le lambda-calcul sont calculables. En effet, les termes du lambda-calcul sont des arbres, ils peuvent donc naturellement être numérotés. Il suffit ensuite de montrer que la fonction qui décrit un pas élémentaire de calcul, c'est-à-dire la fonction qui à t associe le terme u tel que $t \succ u$ est calculable.

4.3 Les machines de Turing

Si le lambda-calcul tentait de rapprocher la notation des programmes de la notation habituelle des fonctions, les machines de Turing tentent, en revanche, de prendre en compte le fait qu'un calcul se déroule non seulement dans le temps, mais aussi dans l'espace.

Une *machine de Turing* est constituée d'un certain nombre k de bandes. Chaque bande contient une infinité de cases : une première, puis une deuxième située à droite de la première, une troisième située à droite de la deuxième, ...



Chaque case contient un symbole qui appartient à un ensemble fini Σ. Cet ensemble contient, parmi d'autres symboles, un symbole blanc b et une croix $\times$. Au départ, seul un nombre fini de cases contient un symbole différent de b et cette propriété est un invariant de l'évolution de la machine. Les croix servent à repérer la première case de chaque bande.

Un autre ingrédient qui entre dans la constitution d'une machine de Turing est une *tête de lecture et d'écriture* qui à chaque instant se trouve à une certaine position sur les bandes. Cette tête est dans un état s, qui varie au cours du temps dans un ensemble fini.

Un dernier ingrédient est une *table de transition* qui décrit l'évolution dans le temps de la machine. À chaque petit pas de calcul, la tête lit le contenu des k bandes à sa position courante. En fonction de ce k-uplet de symboles et de son