Démonstration. D'après la proposition 4.9.

Comme dans le cas de la réécriture, si G est un terme qui représente une fonction g qui n'est pas définie en 4 et H un terme qui représente la fonction h identiquement nulle, alors il faut s'assurer que le terme qui représente la fonction $h \circ g$ ne termine pas en 4. Pour cela, comme dans le cas de la réécriture, la fonction h ne sera pas représentée par le terme $\mathit{fun}\ x \to \underline{0}$ mais par un terme un peu plus compliqué $\mathit{fun}\ x \to \underline{0}\&x$ qui s'assure que son argument termine sur un entier de Church et, de même, la fonction f sera représentée par le terme $\mathit{fun}\ x \to (H\ (G\ x))\&x$.

Définition 4.28

Pour tout terme t et pour tout terme u, on pose

$$t\&u = \mathit{Ifz}(u, t, t) = (u\ t\ (\mathit{fun}\ x \to t))$$

où x est une variable qui n'apparaît pas dans t.

Proposition 4.12

Soient t et u deux termes du lambda-calcul tels que u se réduise, en appel par nom, en un entier de Church. Alors $t\&u \succ^* t$.

Démonstration. D'après la proposition 4.11.

Enfin, pour représenter les fonctions définies par minimisation, il faut formuler, dans le lambda-calcul, un mécanisme qui permet d'itérer perpétuellement le test de la valeur de $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$, ... jusqu'à obtenir la valeur 0. Pour cela on utilise le fait qu'il est possible dans le lambda-calcul d'appliquer une fonction à elle-même.

Définition 4.29 (Le point fixe)

Pour tout terme t, on pose

$$Y_t = ((\mathit{fun}\ x \to (t\ (x\ x)))\ (\mathit{fun}\ x \to (t\ (x\ x))))$$

Proposition 4.13

$Y_t \succ (t\ Y_t)$.