Théorème 4.1

Toute fonction calculable est représentable par un ensemble de règles de réécriture en général et en appel par nom.

Ce théorème a une réciproque : toutes les fonctions représentables en appel par nom par un ensemble de règles de réécriture sont calculables. En effet, les termes du langage $\mathcal{L}$ sont des arbres, ils peuvent donc naturellement être numérotés. Il suffit ensuite de montrer que la fonction qui décrit un pas élémentaire de calcul, c'est-à-dire la fonction qui à t associe le terme u tel que $t \succ u$ est calculable.

Exercice 4.5

Donner une démonstration directe du fait que l'ensemble des fonctions exprimables par un ensemble de règles de réécriture est clos par définition par récurrence.

Exercice 4.6

Une relation R définie sur un ensemble E est dite *fortement confluente* si à chaque fois que $t \ R \ u$ et $t \ R \ v$, il existe un élément w tel que ($u \ R \ w$ ou $u = w$) et ($v \ R \ w$ ou $v = w$).

Montrer qu'une relation fortement confluente est confluente.

Exercice 4.7

Cet exercice demande d'avoir fait l'exercice 4.6.

Le but de cet exercice est de montrer un cas particulier du théorème selon lequel un ensemble de règles orthogonal définit une relation $\rhd$ confluente. Soit le langage formé des constantes a et b, du symbole de fonction unaire f et du symbole de fonction binaire g. Soit l'ensemble de règles

$$a \longrightarrow b$$

$$f(x) \longrightarrow g(x, x)$$

1. La relation $\rhd$ pour cet ensemble de règles est inductivement définie par les règles

$$\frac{}{a \rhd b}$$

$$\frac{}{f(t) \rhd g(t, t)}$$