



# Problème de pavage

Donnée:

Un ensemble fini de tuiles: ,  
, ...



Question:

Existe-t-il un pavage du quart de plan, à première tuile fixée et couleur-compatible ?



# Problème de pavage

Donnée:

Un ensemble fini de tuiles: ,  
, ...



Question:

Existe-t-il un pavage du quart de plan, à première tuile fixée et couleur-compatible ?



# Problème de pavage

Donnée:

Un ensemble fini de tuiles: ,  
, ...



Question:

Existe-t-il un pavage du quart de plan, à première tuile fixée et couleur-compatible ?



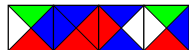
# Problème de pavage

Donnée:

Un ensemble fini de tuiles: ,  
, ...



Question:

Existe-t-il un pavage du quart de plan, à première tuile fixée et couleur-compatible ?



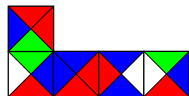
# Problème de pavage

Donnée:

Un ensemble fini de tuiles: ,  
, ...



Question:

Existe-t-il un pavage du quart de plan, à première tuile fixée et couleur-compatible ?



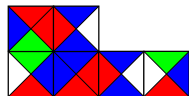
# Problème de pavage

Donnée:

Un ensemble fini de tuiles: ,  
, ...



Question:

Existe-t-il un pavage du quart de plan, à première tuile fixée et couleur-compatible ?



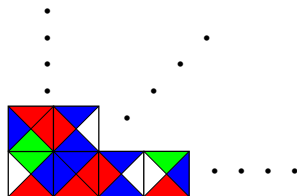
# Problème de pavage

Donnée:

Un ensemble fini de tuiles: ,  
, ...

Question:

Existe-t-il un pavage du quart de plan, à première tuile fixée et couleur-compatible ?



# Indécidabilité du pavage

**Théorème:** le problème de pavage est indécidable.



# Indécidabilité du pavage

**Théorème:** le problème de pavage est indécidable.

Preuve: on réduit le problème suivant.

**Donnée:** une machine de Turing  $M$ , qui ne revient jamais en début de ruban, ne revient jamais dans l'état initial, n'écrit jamais de blancs.

**Question:**  $M$  ne s'arrête pas sur le mot vide ?

L'indécidabilité de ce problème est laissée en exercice.

## Le codage sur un exemple

$$M \quad : \quad \begin{array}{c|c|c|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

Configurations successives:

$\$ \quad 0 \quad 0 \quad q_1 \quad B$

$\$ \quad 0 \quad q_1 \quad B \quad B$

$\$ \quad q_1 \quad B \quad B \quad B$

$q_0 \quad \$ \quad B \quad B \quad B$

# Le codage sur un exemple

$$M \quad : \quad \begin{array}{c|c|c|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

Configurations successives:

\$ 0 0  $q_1$  B

\$ 0  $q_1$  B B

\$	$q_1$	B	B	B
$q_0$	\$	B	B	B

# Le codage sur un exemple

$$M : \begin{array}{c|ccc} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

Configurations successives:

\$ 0 0  $q_1$  B

\$ 0  $q_1$  B B

\$  $q_1$  B B B

$q_0$  \$ B B B

# Le codage sur un exemple

$$M : \begin{array}{c|c|c|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

Configurations successives:

\$ 0 0  $q_1$  B

\$ 0  $q_1$  B B

\$	$q_1$	B	B	B
$q_0$	\$	B	B	B

## Le codage sur un exemple

$$M \quad : \quad \begin{array}{c|c|c|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

Configurations successives:

\$	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$

# Le codage sur un exemple

$$M : \begin{array}{c|ccc|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

Configurations successives:

\$ 0 0  $q_1$  B

\$ 0  $q_1$  B B

\$	$q_1$	B	B	B
$q_0$	\$	B	B	B

# Le codage sur un exemple

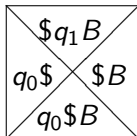
$$M : \begin{array}{c|c|c|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

Configurations successives:

$\$ \quad 0 \quad 0 \quad q_1 \quad B$

$\$ \quad 0 \quad q_1 \quad B \quad B$

$\$$	$q_1$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	$\$$	$B$	$B$	$B$





# Le codage sur un exemple

$$M : \begin{array}{c|c|c|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

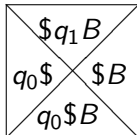
Configurations successives:

$\$ \quad 0 \quad 0 \quad q_1 \quad B$

$\$ \quad 0 \quad q_1 \quad B \quad B$

$\$ \quad \boxed{q_1 \quad B \quad B} \quad B$

$q_0 \quad \boxed{\$ \quad B \quad B} \quad B$



# Le codage sur un exemple

$$M : \begin{array}{c|c|c|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

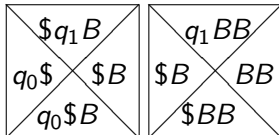
Configurations successives:

$\$ \quad 0 \quad 0 \quad q_1 \quad B$

$\$ \quad 0 \quad q_1 \quad B \quad B$

$\$ \quad \boxed{q_1 \quad B \quad B} \quad B$

$q_0 \quad \boxed{\$ \quad B \quad B} \quad B$

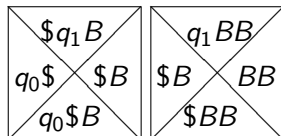


# Le codage sur un exemple

$$M : \begin{array}{c|c|c|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

Configurations successives:

	\$	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

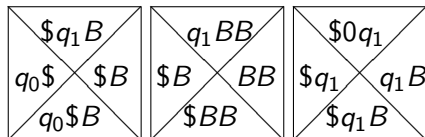


# Le codage sur un exemple

$$M : \begin{array}{c|c|c|c} \delta & \$ & 0 & B \\ \hline q_0 & q_1, \$, \rightarrow & - & - \\ q_1 & - & q_1, 0, \rightarrow & - \end{array}$$

Configurations successives:

\$	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$



## Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

$\$$  0 0 0 0  $q_1$

$\$$  0 0 0  $q_1$   $B$

$\$$  0 0  $q_1$   $B$   $B$

$\$$  0  $q_1$   $B$   $B$   $B$

$\$$   $q_1$   $B$   $B$   $B$   $B$

$q_0$   $\$$   $B$   $B$   $B$   $B$



# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$



# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$





# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

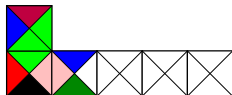


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

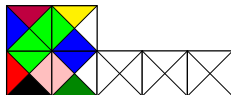


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

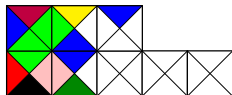


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

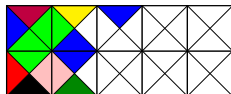


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

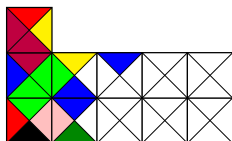


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

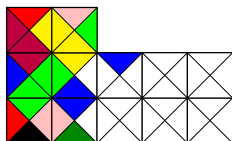


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

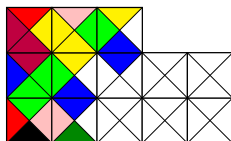


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$



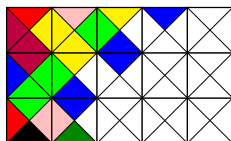


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

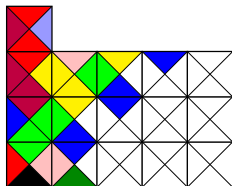


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

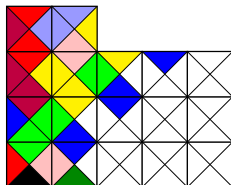


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

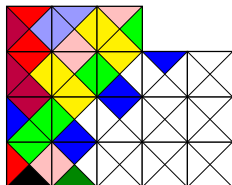


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

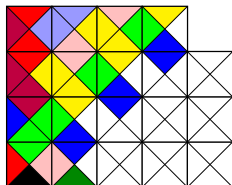


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

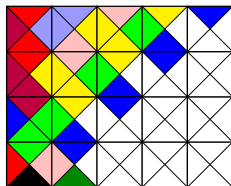


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

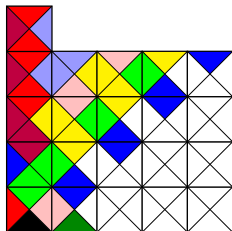


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

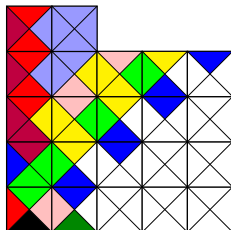


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$



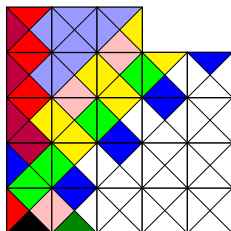


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

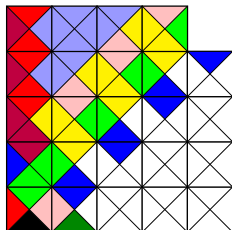


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

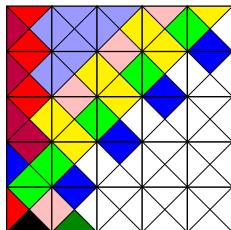


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

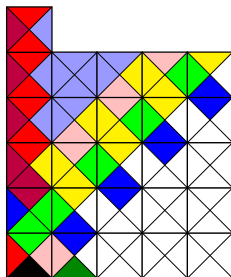


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

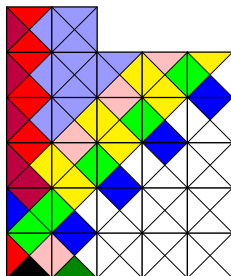


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

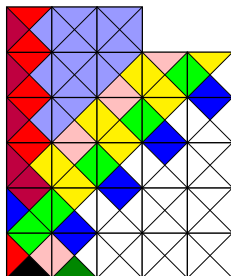


# Le codage en image sur l'exemple

Couleurs horizontales:  $q_0\$$ ,  $\$B$ ,  $q_1B$ ,  $\$q_1$ ,  $\$0$ ,  $0q_1$ ,  $00$ ,  $BB$  (blanc)

Couleurs verticales:  $\$q_1B$ ,  $q_1BB$ ,  $\$0q_1$ ,  $0q_1B$ ,  $\$00$ ,  $00q_1$ ,  $000$ ,  $BBB$  (blanc),  $q_0\$B$  (noir),  $\$BB$

\$	0	0	0	0	$q_1$
\$	0	0	0	$q_1$	$B$
\$	0	0	$q_1$	$B$	$B$
\$	0	$q_1$	$B$	$B$	$B$
\$	$q_1$	$B$	$B$	$B$	$B$
$q_0$	\$	$B$	$B$	$B$	$B$

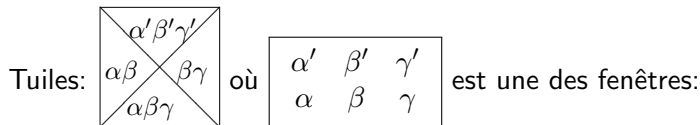


# Les tuiles dans le cas général

## Couleurs horizontales

$$\{ab \mid a, b \in \Sigma \cup Q, a = B \Rightarrow b = B, a \in Q \Rightarrow b \notin Q\}$$

## Couleurs verticales $(Q \cup \Sigma)^3 \cap \Sigma^*(Q + \epsilon)\Sigma^*$



Mouvement droit:  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$  et  $b, c, d, e, f \in \Sigma$

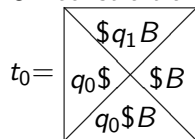
$$\begin{array}{cccccc} b & c & a' & q' & d & e & f \\ b & c & q & a & d & e & f \end{array}$$

Mouvement gauche:  $\delta(q, a) = q', a', \leftarrow$  et  $b, c, d, e, f \in \Sigma$

$$\begin{array}{cccccc} b & c & q' & d & a' & e & f \\ b & c & d & q & a & e & f \end{array}$$

# Si la machine ne s'arrête pas...

On construit un pavage où la tuile initiale est



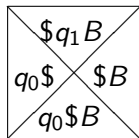
... Pas détaillé ici



S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

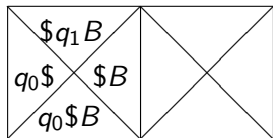
Cas de base



S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

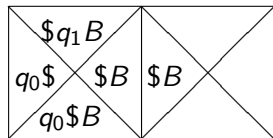
Cas de base



S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

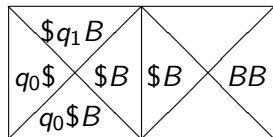
Cas de base



S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

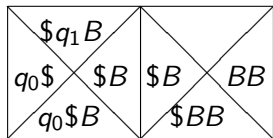
Cas de base



S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

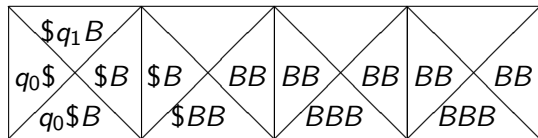
Cas de base



S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

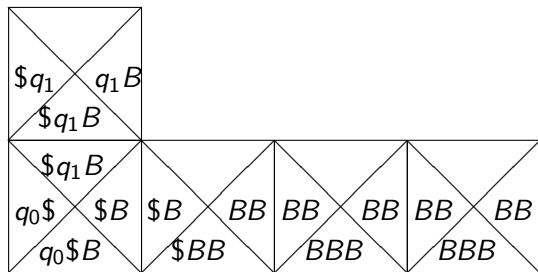
Cas de base



S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

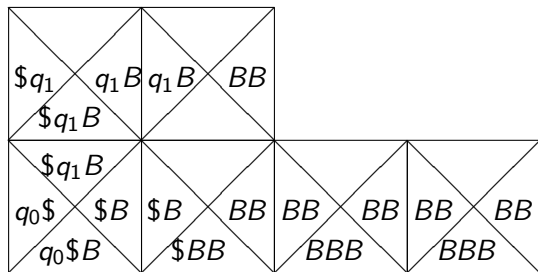
Cas de base



S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

Cas de base

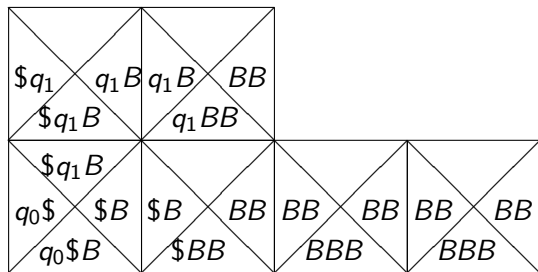




S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

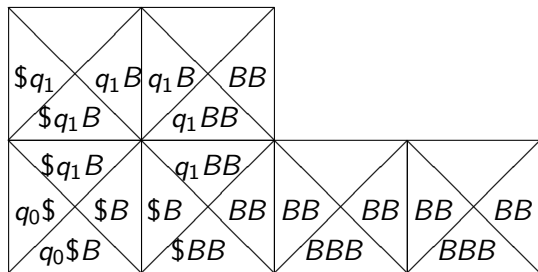
Cas de base



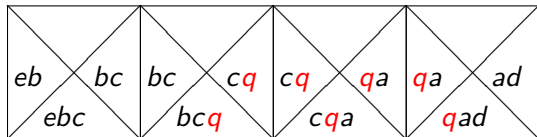
S'il existe un pavage tel que la tuile initiale est  $t_0$

Par récurrence sur  $n$ , on peut extraire la configuration  $\gamma_n$  de la  $n$ ième ligne du pavage.

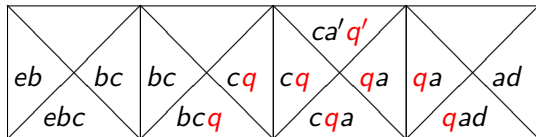
Cas de base



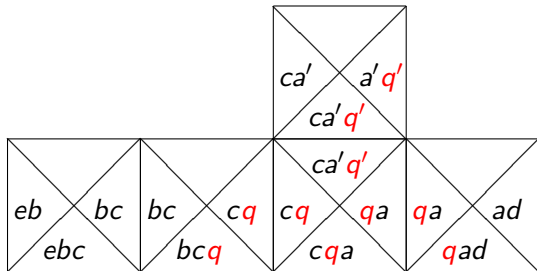
Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



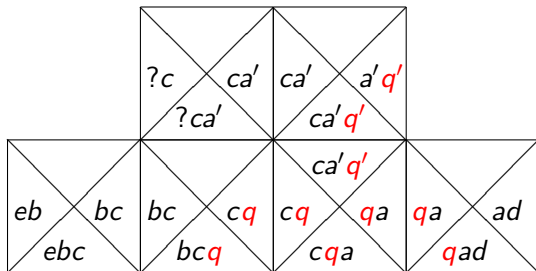
Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



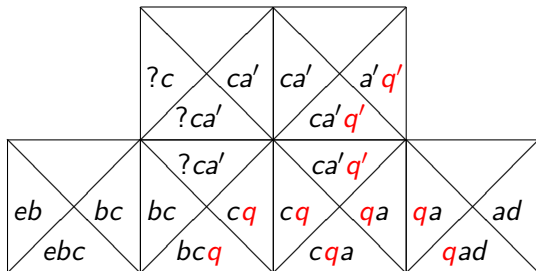
Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



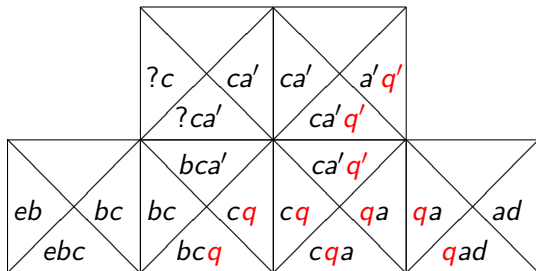
Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

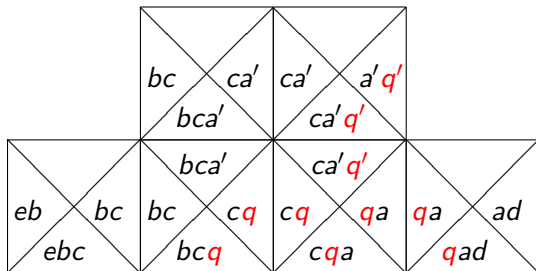


Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

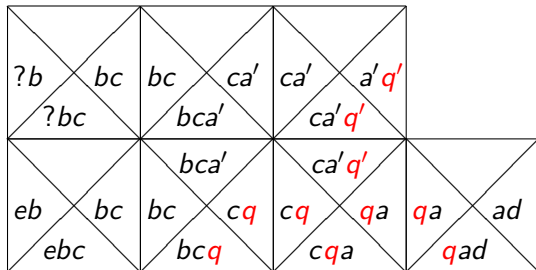




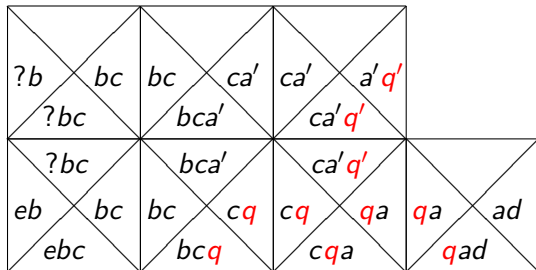
Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

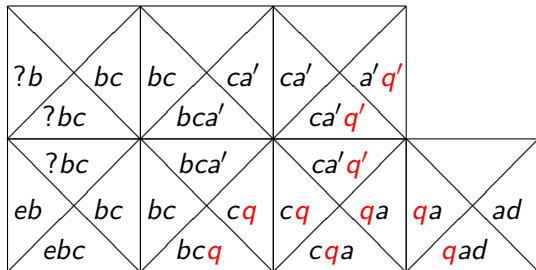


Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

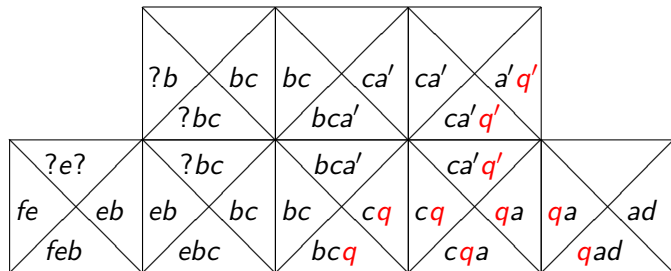


Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

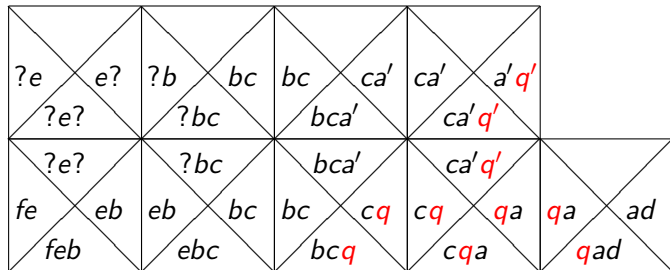
$f$	$e'$	$q'$	$b$	$c$
$f$	$q$	$e$	$b$	$c$



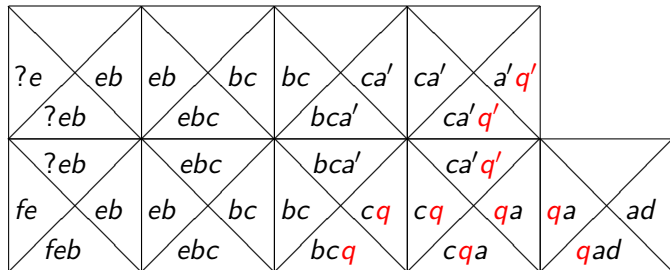
Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

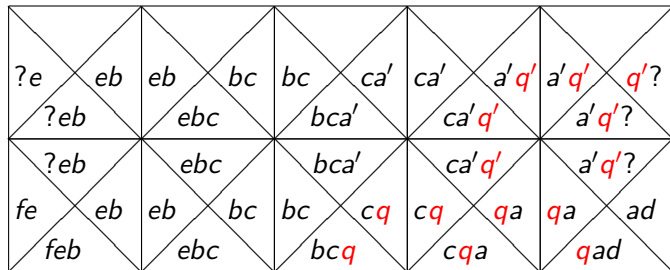


Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

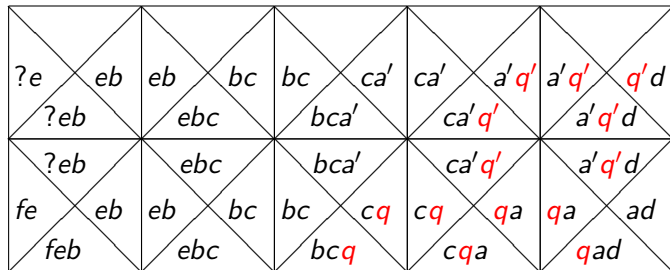
?e	eb	eb	bc	bc	ca'	ca'	a'q'	a'q'	q'?
?eb		ebc		bca'		ca'q'		a'q'?	
?eb		ebc		bca'		ca'q'			
fe	eb	eb	bc	bc	cq	cq	qa	qa	ad
feb		ebc		bcq		cqa		qad	



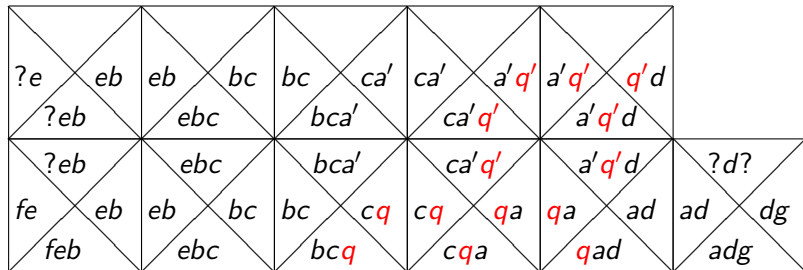
Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$



Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

?e	eb	eb	bc	bc	ca'	ca'	a'q'	a'q'	q'd	q'd	d?
?eb		ebc		bca'		ca'q'		a'q'd		?d?	
?eb		ebc		bca'		ca'q'		a'q'd		?d?	
fe	eb	eb	bc	bc	cq	cq	qa	qa	ad	ad	dg
feb		ebc		bcq		cqa		qad		adg	

Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

?e	eb	eb	bc	bc	ca'	ca'	a'q'	a'q'	q'd	q'd	d?
?eb		ebc		bca'		ca'q'		a'q'd		q'd?	
?eb		ebc		bca'		ca'q'		a'q'd		q'd?	
fe	eb	eb	bc	bc	cq	cq	qa	qa	ad	ad	dg
feb		ebc		bcq		cqa		qad		adg	

Récurrance: mouvement droit  $\delta(q, a) = q', a', \rightarrow$

?e	eb	eb	bc	bc	ca'	ca'	a'q'	a'q'	q'd	q'd	dg
?eb		ebc		bca'		ca'q'		a'q'd		q'dg	
?eb		ebc		bca'		ca'q'		a'q'd		q'dg	
fe	eb	eb	bc	bc	cq	cq	qa	qa	ad	ad	dg
feb		ebc		bcq		cqa		qad		adg	

# Récurrance

Formellement: 2 récurrences supplémentaires  
Il faut aussi traiter le cas du mouvement gauche.