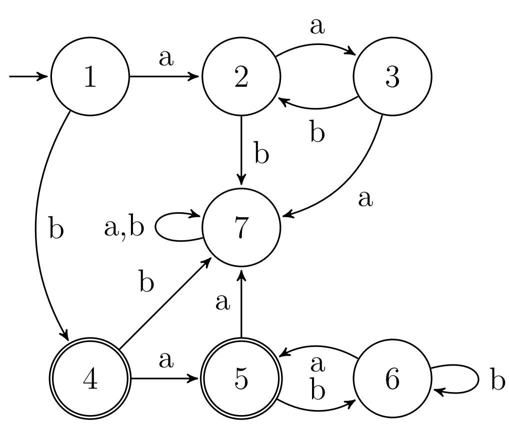
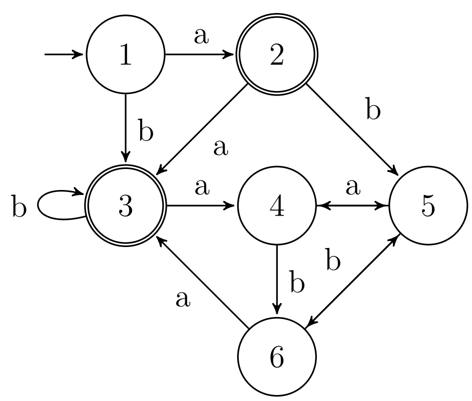
Langages Formels

David Baelde
<baelde@lsv.ens-cachan.fr>

Exercice 1 (Minimisation)
Minimiser les deux automates suivants, en utilisant l'algorithme de Moore :





Exercice 2 (Automate minimal d'une expression)
Donner un automate minimal pour $((a(a+b)^2+b)^*a(a+b))^*$.

Exercice 3 (Minimisation d'un non-déterministe ?)
On considère une généralisation possible de la notion de congruence, pour les automates non-déterministes. On dit que la relation $\prec$ est une simulation si :

(a) si $p \prec q$ et $p \in F$ alors $q \in F$;
(b) si $p \prec q$ et $p \xrightarrow{a} p'$ (pour $a \in \Sigma$, $p' \in Q$ quelconques) alors
il existe un q' tel que $q \xrightarrow{a} q'$ et $p' \prec q'$.

On pose enfin $p \sim q$ si, pour une certaine simulation $\prec$ on a $p \prec q$ et $q \prec p$. Donner un automate non-déterministe non minimal en nombre d'états, et qui ne contienne pas deux états $p \sim q$.

Exercice 4 (Minimisation de Brzozowski, ou encore, "Br'o")
Montrer que le déterminisé d'un automate co-déterministe co-accessible qui reconnaît L est (isomorphe à) l'automate minimal de L. Quelle est la complexité de cette méthode ?

Exercice 5 (Complexité en états d'un langage)
Étant donné un langage reconnaissable L on peut définir sa complexité en états $\mathsf{Sc}(L)$ comme le nombre d'états de son automate minimal. Montrer les inégalités suivantes (L^{t} est le transposé de L, langage des images miroirs des mots de L) :

1. $\mathsf{Sc}(L \cup K) \leq \mathsf{Sc}(L)\mathsf{Sc}(K)$;
2. $\mathsf{Sc}(L \cap K) \leq \mathsf{Sc}(L)\mathsf{Sc}(K)$;
3. $\mathsf{Sc}(L^{\mathsf{t}}) \leq 2^{\mathsf{Sc}(L)}$;
4. $\mathsf{Sc}(LK) \leq (2\mathsf{Sc}(L) - 1)2^{\mathsf{Sc}(K)-1}$.

On pourra finir en revenant sur le TD précédent, notamment : exo 5, dernière question de l'exo 6, et exo 7 notamment.